الف)نماد ترکیبی؛ نماد در اعداد گویا

خب حالا به آنچه که عرض می‌کردم، برگردیم. نماد با این معانی وسیعش، قدرت خیلی زیادی دارد. در توضیح انواعش و خصوصیاتش، این چیزهایی که عرض کردم خیلی کارساز است. جلسه قبل عرض کردم یک بینهایت دارید که اعداد طبیعی است. یک بینهایت دیگر، مجموعه اعداد گویا است. اما بینهایت بودن اعداد گویا خیلی به‌آور بود. به‌آور بودن آن به این صورت بود که هیچ دو عدد گویایی نبود مگر اینکه دوباره بین آن‌ها بینهایت عدد گویا است؛ خیلی عظیم است و یک چیز کمی نیست. خب نماد چه قدرتی داشت؟ عرض کردم با برهان قطری که آن آقا آورده بود، به‌راحتی نشان داد که بین این اعدادی که بین هر دو عددش بینهایت عدد هست، ولی تناظر یک به یک با مجموعه اعداد طبیعی برقرار است. و لذا گفت توان بینهایتی اعداد گویا همان الف-صفر است. یعنی توان بی نهایتی آن با توان بینهایتی مجموعه اعداد طبیعی برابر است. چرا؟ چون تناظر یک به یک دارند و هیچ عضوی از اعداد گویا ندارید که به ازاء آن در بینهایت، یک عددی از اعداد طبیعی قرار نداشته باشد؛ شمارا بود. این یکی از شاه‌کارترین مطالبی است که در قرن بیستم در ریاضیات آمده است، همین شمارا بودن مجموعه اعداد گویا، با اینکه به این صورت است و فشردگی آن به نحوی است که بینهایت باشد.

عرض کردم این‌ها را با نماد به چه صورت شکار می‌کنیم؟ جلسه قبل عرض کردم وقتی شما نسبت یک به دو می‌گویید، ای نسبت دو به یک؛ یک تقسیم بر دو، بعد می‌گویید اگر کل تابع اعمال بشود و ورودی بگیرد، خروجی آن یک دوم می‌شود. و لذا یک دوم، چند نقطه روی محور است؟ یک نقطه. یعنی یک دوم، دقیقاً یک عدد است، نه چند عدد. خب اگر یک عدد است، آن را با یک نماد نشان بدهیم! نمی‌توانید. مجبور هستید با یک نماد ترکیبی، آن را نشان بدهید. این ترکیب دارد برای شما چکار می‌کند؟ دارد یک کاری می‌کند که معنا را با نمادهای دیگر مخلوط می‌کند و نماد شما ترکیبی می‌شود. معنای نماد شما هم ترکیبی می‌شود، اما مدلول نماد شما واحد و بسیط می‌شود. مثال‌هایش را هم جوراجور زده‌اند. مثلاً برای دال و مدلول، اگر بگوییم ستاره زهره و ستاره ناهید. این دو، چند معنا دارند؟

شاگرد۱: دو معنا.

استاد: ستاره زهره خارجی که یکی است. معنای ستاره ناهید و ستاره زهره، چند تا است؟

شاگرد۶: ستاره، زهره

استاد: نه، ستاره را کنار بگذاریم. من می‌گویم ناهید و زهره، دو معنا دارد یا یکی؟

شاگرد۶: دو معنا دارد.

استاد: دو معنا نیست. دو لفظ شد، نه دو معنا. مترادف، به چه معنا است؟ در منطق، مترادف را چه معنا می‌کردید؟ می‌گویید دو لفظ و یک معنا. بنابراین زهره و ناهید، یک معنا بیشتر ندارند.

مدلول هم یکی دارد که آن ستاره زهره است.

شاگرد۱: این دو، اسم یک ستاره هستند؟

استاد: بله. همه مرادفات و همه اسماء در زبانهای دیگر همینطور است، چون همه، عَلَم هستند. عَلَم، دال بر یک معنا است؛ معنای طبیعی آن شخص.

خب حالا همین را برمیگردم و میگویم ستاره صبحگاهی و بعد، میگوییم دومین سیاره در منظومه شمسی. معنای این دو جمله یکی است یا نه؟ قطعاً معنایشان دو تا است. اصلاً ستاره صبحگاهی یعنی ستارهای که صبحها بیرون میآید. دومین سیاره منظومه شمسی هم برای خودش است. اما مدلولش یکی است. پس مواردی داریم که معنا دو تا است، لفظ هم دو تا است، اما مدلول، یکی است.

حالا به عدد برگردیم. معنای یک دوم، مرکب است یا نه؟ معنا، مرکب است. اصلاً یک دوم، یعنی نسبت یک به دو. معلوم است که معنای وسیعی دارد و یک عَلَم نیست؛ عَلَمی که فقط به یک چیز اشاره کند. نماد، مرکب است و معنایی که به ازاء نماد است، مرکب است. اما مدلول و مشارٌالیه آن و آن چیزی که خروجی این تابع است، یک نقطه است و یک عدد هم بیشتر نیست. خیلی لطیف است؛ اگر توجه کنید، لطافت خاص خودش را دارد.

بنابراین کاری که نمادهای ترکیبی برای ما انجام میدهد، این است که معانی را جلو میکشد و با ترکیب معانی و نماد به ازاء آنها، مدالیل را سامان میدهد؛ مدالیلی که قرار شد بینهایت هم باشد. الآن این برهان چکار کرده؟ آمده با نماد ترکیبی که به ازاء آن یک معنای ترکیبی هست، بینهایتِ فشرده اعداد گویا را شمارش کرده است، بهطوریکه قسم میخوردی در شمارش لا یشذ منه شیء و تناظر یک به یک دارد.

بازبینی #2
ایجاد شده 29 ژوئن 2025 14:44:32 توسط ... .
به روزرسانی شده 29 ژوئن 2025 15:27:37 توسط ... .