مثال تناظر یک به یک مجموعه اعداد فشرده گویا با مجموعه اعداد طبیعی

این مطلب عجیب را هم اضافه کنم، جالب است. می‌گویند یکی از عجیب‌ترین شاهکارهای ریاضیات در قرن بیستم، حرف آقای کانتور است که گفت مجموعه فشرده اعداد گویا شمارا است. چندبار دیگر عرض کرده‌ام و به درد بحث الآن ما می‌خورد. او چکار کرد؟ اول می‌گویی مجموعه اعداد گویا، فشرده است، یعنی هیچ دو عدد کسری مثل یک دوم و یک سوم نیست مگر این‌که وقتی کنار هم بگذاری، بین‌هایت عدد گویا و کسری بینش است. خیلی عجیب است. یعنی آن‌ها را کوچک کنید و بگویید یک میلیاردم یا یک میلیارد و یکم – که خیلی کوچک شد - چون این‌ها باز دو کسر است، دوباره بین این دو، بین‌هایت عدد کسری موجود است؛ به این، فشرده می‌گویند. ولی می‌گویند با این‌که فشرده است، ولی به حد کامل فشرده نیست. یعنی توانش کوچکتر از مجموعه اعداد حقیقی است که روی محور، پیوسته است.

منظورم اینجا بود؛ شاهکار این است؛ این آقا یک راهکاری زد و این مجموعه اعداد فشرده‌ای که بین هر دوی آن‌ها دوباره بین‌هایت است، تناظر یک به یک با مجموعه اعداد طبیعی درست کرد. یعنی گفت شما می‌توانید این مجموعه بین‌هایت گویا را بشمارید. شمارا، یعنی می‌توانید تناظر یک به یک با اعداد طبیعی درست کنید. یک و دو و سه ... همینطور بروید. لذا می‌گویی مجموعه اعداد گویا الف-صفر است، یعنی توان بین‌هایت بودنش برابر با توان مجموعه اعداد طبیعی است. مجموعه اعداد حقیقی است که الف-یک است؛ یعنی دیگر ناشمارا است. برای این‌ها، برهان آورده است و این‌که مجموعه اعداد حقیقی ناشمارا است و تناظر یک به یک برقرار نیست.

شاگرد: بر همین اساس بگویی ما نمی‌توانیم یک پای‌های درست کنیم که بتواند عالم را بشمارد، چون اعداد حقیقی را نمی‌توانیم بشماریم.

استاد: می‌توانیم بشماریم.

شاگرد: نمی‌توانیم، چون عالم پیوسته است و ما با گسسته نمی‌توانیم نامحدود پیوسته را بشماریم.

استاد: نکته خوبی گفتند. ایشان می‌گویند خود همین که اعداد حقیقی ناشمارا است، یعنی قابل اتمیک شدن و شمارش نیست. مطلب خیلی خوبی است. برگردیم؛ من گفتم تموج پایه در یک بستری صورت می‌گیرد که پیوسته است و اعداد حقیقی را تشکیل می‌دهد.

شاگرد: آن نیست. شما آن را گسسته می‌کنید و به‌صورت گویا تبدیل می‌کنید و لذا می‌توانید بشمارید. اما اگر در همان حالت پیوسته بمانند، نمی‌توانید بشمارید.

استاد: حرفی نیست. تموج پایه را الآن آوردیم ای نیاوردیم؟! آوردیم. بی‌نهایت تموج پایه در آن ممکن هست ای نیست؟ ممکن هست.

شاگرد: این بی‌نهایت، آن بی‌نهایت نیست. چون درجه‌ای پایین‌تر از آن بی‌نهایت است. لذا شما می‌فرمایید الف-صفر است. یعنی دیگر آن حقیقی نیست.

استاد: من حرفی ندارم. قبلاً مباحثه‌ای داشتیم ذیل آیه «ن وَالْقَلَمِ وَمَا يَسْطُرُونَ»[1]. آیات عجیبی است. «نون» یعنی مرکب. آیه می‌فرماید مرکب و دوات، قلم و آنچه که از آن ظهور می‌کنند. نون، همین چیزی است که الآن مورد بحث ما است. چون نون، مرکبی است که هنوز پیوسته است و به وسیله سر قلم به ظهورات «یسطرون» نیامده، شما نمی‌توانید آن را بدون تموج پایه نمادگذاری کنید. اما خود او را به‌عنوان موجود پیوسته، می‌توانید نمادگذاری کنید ای نه؟ می‌توانیم. در کلمات اساتید هم بوده. حاج آقای حسن‌زاده در درس اسفارشان مفصل راجع به این می‌گفتند و در کتاب‌ها هم آمده است. در مباحثه چند سال پیش شاید در یک جلسه صحبت شد. بنابراین اینطور نیست که ما نتوانیم. پیوسته، پیوسته است و شما به‌عنوان یک واحد پیوستار برای آن حرف می‌زنید؛ از واقعیات او، از شئونات معانیای که در آن ظهور کرده صحبت می‌کنید و برای آن معانی، نمادگذاری می‌کنید. چون در این واقعیات پیوسته، حیثیات متعدد ظهور کرده؛ حتی در نقطه - پیوسته که جای خود دارد - در نقطه، بی‌نهایت حیثیات ظهور می‌کند. اگر یادتان باشد عرض می‌کردم که مرکز داریره، یک نقطه است، اما نسبت همین نقطه با هر قطر بی‌نهایت داریره، نسبت متفاوتی است. پس نقطه‌ای که خودش جزء ندارد و حتی پیوستار هم نیست، اما بی‌نهایت حیثیات ورای هندسی در آن است. بنابراین با این معنا گمانم مشکلی برای نمادگذاری هم نباشد.

والحمد لله رب العالمین

---

[1] القلم 1

بازبینی #3
ایجاد شده 20 آوریل 2025 17:06:24 توسط ... .
به روزرسانی شده 20 آوریل 2025 17:18:36 توسط ... .