اثبات افلاطون‌گرائی و ارائه مثال‌های هم‌ه‌فه‌م

- اثبات افلاطون‌گرائی و ارائه مثال‌های هم‌ه‌فه‌م
- الف) بحران رادیکال دو
- ب) عدد پی
- طبیعت ارقام در عدد پی
- تعین عدد پی در بیرون از ذهن
- استقرار ما در میانه عالم بی‌نهایت بزرگ‌ها و بی‌نهایت کوچک‌ها
- رسمانپذیری عدد پی و رسمپذیری رادیکال دو

اثبات افلاطون‌گرائی و ارائه مثال‌های همه‌فهم

الآن برای گام دومی که عرض کردم مثال عرض می‌کنم. گفتیم هوش ای اشراقمحور است ای پایه‌محور است. پایه‌محور، انواعش و توضیحاتش می‌آید. در مورد هوش اشراقمحور عرض کردم همانطوری که در آیات و روایات می‌توانیم دو دسته پیدا کنیم، در مطالب علمی هم همینطور است. یعنی ما می‌توانیم یک چیزهای فراهم و آشکاری پیدا کنیم که آن بیرون و استقلال بیرون را نشان دهیم، و اینکه در قسمت دوم با یک چیزهایی آن پایه‌ها را نشان بدهیم؛ نشاندادن پایه‌هایی که هوش می‌تواند در آن ظهور کند و نشاندادن چیزهایی که ورا‌ء این پایه‌ها است، دو امر خیلی مهم است که ما طلبه‌ها به‌خصوص در کار حوزوی باید انجام بدهیم.

دو هفته است که می‌خواهم مثال آن را عرض کنم. توضیح آن را سریع عرض می‌کنم. قبلاً هم گفته‌ام. اما چون الآن به این مباحث توجه خاصی است، دوباره عرض می‌کنم تا روی آن فکر کنید. کسانی که می‌دانید در حین اینکه من می‌گویم، فکر کنید تا سؤالاتی که من می‌پرسم را لطیف‌تر و دقیق‌تر کنید و ذهن همه، آن را ببینند. کسانی که نمی‌دانید توجه کنید تا دو-سه کلمه خدمت شما عرض کنم.

الف) بحران رادیکال دو

ما یک مطلبی داریم که درست است که محفوف به مطالب فلسفی و هندسی و بحث‌های سنگین است، اما تمام بشر در اصل آن شریک هستند؛ شما نمی‌توانی بگویی فلانی آن را قبول ندارد و مثلاً روی مبانی فلان فیلسوف این قبول نیست. جلسه قبل هم عرض کردم که بگردیم و اینها را پیدا کنیم. یکی از آن‌ها نسبت است؛ دو مقدار را نسبت به هم بسنجیم. می‌گویی یک خط بیست سانتی دو برابر خط ده سانتی است. می‌گویی فلان فیلسوف قبول ندارد! دیگر بشر به او اعتناء نمی‌کند؛ یعنی نسبت دو مقدار را به هم می‌سنجند؛ دو به یک است. همه، این را می‌دانیم و این نسبت، یک امر روشنی است.

در نسبت مقداری، بشر سابقه طولانی دارد در اینکه چه بلاهایی بر سرش آمده. الآن هم مثل دو دوتا چهارتا است. اولین تصور بشر این بود: مقداری که با هم نسبت دارند تماماً متجانس هستند. مثلاً می‌گویی یک خط داریم یک و نیم سانت، یک خط داریم دو سانت. خُب اینها که با هم جور نیستند! یکی یک و نیم است و یکی دو است. می‌گوییم جور هستند؛ یک خط کوچکتری به اندازه یک میلیمتر انتخاب می‌کنیم و می‌گوییم این خط ثالث، خط یکی و نیم سانتی را پانزده بار عاد می‌کند و همین خط یک میلیمتری خط دو سانتی را بیست بار عاد می‌کند. پس خط دو سانتی، بیست میلیمتر است و خط یک و نیم سانتی پانزده میلیمتر است. اگر هم به میلیمتر نشد و از میلیمتر زیادی آورد، آن را کوچکتر می‌کنیم. خلاصه به یک خط خیلی ریزی می‌رسیم که دو خط را با هم عاد کند. خُب به این، مقداری متجانس می‌گفتند[1] و نسبتش هم روشن است.

اولین چیزی که بشر بیش از دو هزار سال پیش به آن برخورد کرد، همین شکل مربع ساده‌ای است که همه می‌بینیم. خواست بگوید نسبت قطر مربع به ضلع آن چقدر است. آمد حساب کند و جزر کند، ولی هنگامه شد. چه چیزی هنگامه شد؟ مدام جلو رفتند و دیدند نمی‌رسند. بعد متفکرینی از ریاضیات، برهان اقامه کردند که اگر تا بی‌نهایت بروید نمی‌رسید. قطر مربع با ضلعش عاد مشترک ندارد. این اولین بحران در ریاضیات است. یعنی رادیکال دو به‌عنوان یک عدد گنگ کشف شد. عدد گنگ یعنی چه؟ یعنی هر چه آن را ادامه بدهید و بخواهید آن را ریز کنید، نمی‌رسید. هر چه به ضلع اضافه کنید تا با اضافه کردن یک عادّ مشترک به سر قطر مربع برسید، نمی‌رسید؛ تا بی‌نهایت نمی‌رسید. عدد، گنگ است. خُب اینجا بود که مقادیر متبایین کشف شد. در اصول اقلیدس ببینید. مرحوم خواجه این را توضیح می‌دهند. از جاهایی هم بود که در اسفار مسامحه‌ای بود. قبلاً اینها را آوردیم و خواندیم؛ بین متجانس و متبایین طور دیگری شده بود.

خُب از اینجا شروع شد؛ اگر برای این مطلبی که عرض می‌کنم استئناء پیدا کردید، به من بفرمایید.

الآن بشر این همه حرف زده و مرافعه کرده‌اند و بحث کرده‌اند؛ گفته خصم این را می‌گوید و این همه دعوا شده، الآن همه متفقاند و مشکلی ندارند که جزر دو، تا بی‌نهایت به جایی نمی‌رسد. در این مشکلی ندارند. حالا فلان فیلسوف بگوید من قبول ندارم! اصلاً اینطور نیست. اگر هست بگویید. ما این مطلب ساده را می‌توانیم مورد استفاده قرار دهیم. حالا چون این خیلی قدیمی است اینطور شده، ولی جلوترها نمی‌شد این استفاده‌ها را از آن بکنند، یا اگر می‌شده، ولی الآن راحت‌تر و خیلی بهتر با ضوابط دیگری می‌شود.

[1] مقرر: جناب استاد در جلسه بعدی توضیح فرمودند: متجانس ای متشارک است ای متبایین. در متشارک، عاد مشترک دارند. اگر عاد مشترک ندا‌شته باشند متبایین هستند و آنچه در اینجا مد نظر بوده، مقادیر متشارک بوده.

ب) عدد پی

خُب این را می‌گویی‌م یک عدد است. حال رادیکال دو، خودش فی حد نفس‌ه می‌تواند نیم‌ه ثابتی باشد. اما آن ثابت نوع دیگرش که پیش آمده مثل عدد پی است. عدد پی یک ثابت ریاضی است. همین نسبتی که شما بین قطر و ضلع برقرار می‌کردید، در آن جا می‌خواهید بین محیط دایره با قطرش برقرار کنید. می‌گویید عدد پی چند است؟ سه و چهارده صدم. یعنی اگر دایره را روی زمین باز کنید، قطر سه بار روی آن می غلطد، اما در چهارمی از محیط دایره جلو می‌زند. خُب چقدر می‌خواهد تا سر محیط برسد؟ سه و یک دهم. یعنی چهارمی را ده قسمت کنید، یک قسمتش را جلو بروید؛ سه و یک دهم. خُب قطر را سه بار گرداندید و یک دهم چهار را مقداری جلو رفتید، حال به سر محیط دایره رسیدید ای من؟ هنوز نرسیده اید و هنوز کمی مانده است. خُب به قسمتی که مانده می‌آیید، باز آن قطر را چند قسمت می‌کنید؟ صد قسمتش می‌کنید. می‌گویید چهارده را پیدا کردیم. حال چه زمانی به رأس محیط دایره می‌رسید؟ این از سؤالاتی بود که صد و پنجاه ای دویست سال است که ثابت شده. خُب گنگ بودن عدد پی یکی از سؤالات مهم ریاضی بود که آیا یک روزی به آن می‌رسیم ای من؟ برهانش اقامه شد. الآن که حدوداً دویست سال است آیا یک فیلسوف را پیدا می‌کنید ای یک مبنای علمی را پیدا می‌کنید که بگوید عدد پی گنگ نیست؟ اختلافی نیست و به او اعتناء نمی‌کنند. الآن نزد کل بشر پذیرفته شده است که این عدد، عدد گنگ است. گنگ یعنی تا بی‌نهایت هم بروید، به جایی نمی‌رسید که تمام شود؛ به لبه محیط نمی‌رسید.

خُب حال سؤال؛ در آن مقاله که در مباحثه مطرح شده بود، ایزده نوع سؤال دیدم. من دو تا از سؤالات ساده را عرض می‌کنم. در اینجا می‌گویید ارقام پس از اعشار سه و چهارده صدم تا بی‌نهایت می‌رود و چه تاریخ زیبایی هم دارد. الآن هم حدس می‌زنید بشر چند عدد از آن را کشف کرده است؟ بعد از اینکه کامپیوتر آمد به آن اضافه شد. غیاث الدین جمشید کاشانی ظاهراً چهارده ای شانزده رقم را در رساله محیطیه حساب کرد؛ در سه-چهار رقم اشتباه کرده بود. تا دوازده تا را درست رفته بود. این عدد پی خیلی سابقه عجیبی دارد. الآن در سال ۲۰۲۳ تقریباً به چه چیزی رسیده است؟ مثلاً وقتی می‌لیارد می‌گویند یعنی هزار میلیون که عدد کمی نیست. تریلیون چقدر می‌شود؟ هزار میلیارد می‌شود. هزار میلیارد عدد کمی نیست. اگر بخواهد دو هزار میلیارد شود باز باید این هزار میلیارد تکرار شود. وقتی عدد بزرگ است، تکرار حتی یک واحد آن هم خیلی است. الآن در آخرین محاسبه به مرز هفتاد تریلیون رسیده‌اند؛ رقم پشت مم‌یز برای پی که بشر این مقدار را کشف کرده است. هفتاد تریلیون کم نیست. یعنی هفتاد هزار میلیارد. این تعداد رقم پشت مم‌یز است که بشر کشف کرده است.

خُب بشر در گنگ بودن این عدد مطمئن است؛ اختلافی نیست که کسی بگوید نمی‌دانم؛ همه بشر می‌دانند –در مدرسه‌ها و دانشگاه‌ها- و می‌گویند اگر تا بی‌نهایت بروی‌م خبری نیست. باید حساب کنی‌م و همینطور هم جلو می‌رود.

طبیعت ارقام در عدد پی

حال سؤال ما این است:

طبیعت ارقام در عدد پی

وقتی ارشمیدس بیست و دو هفتم را حساب کرد، او نود و شش ضلعی را به نسبت بیست و دو هفتم درآورد. خُب وقتی او حساب کرد و بعد با رقم اعشاری گفتیم سه و چهارده صدم، سؤال این است که این رقم‌هایی که بعداً اضافه پیدا می‌کند...؛ مثلاً شما می‌گویید سه و چهارده صدم، رقم بعد از چهارده چیست؟ مثلاً یک است. آن یک، که رقم بعدی است، کدام یک است؟ آن عدد یکی است که اولین ریاضیدان حساب کرد؟ یا یکی است که الآن در ذهن شما است؟ یا یکی است که در ذهن من است؟ الآن هفتاد تریلیون رقم حساب شده، رقم هفتاد تریلیونیوم، کدام رقم است که رقم هفتاد تریلیونیوم پی است؟ آن چه که در کامپیوتر است و در حافظه او ثبت شده؟ مثلاً آن رقم پنج است، این رقم بعدی است؟ یا آن چه که بعداً در ذهن من و شما می‌آید؟ در سه و چهارده صدم، چهاری که در ذهن شما است مراد است یا در ذهن من؟ یا آن چه که در کتاب ریاضی نوشته شده؟ کدام چهار، رقم دوم بعد از ممیز عدد پی است؟

شاگرد: طبیعتش است.

استاد: طبیعتش است. در اینجا کاری نداریم که کدام چهار است؟ در کدام دستگاه مد نظر است؟ یا در کدام دفتر منظور است؟ ببینید وقتی چند سؤال واضح بپرسیم، روشن است که وقتی سه و چهارده صدم می‌گوییم که رقم بعدی چهار است، چهار، یک طبیعی رقم دوم است که ربطی به این ندارد که این رقم دوم کجا باشد، در کدام زمان باشد و در کدام مکان باشد و در کدام ذهن باشد. این یک سؤال ساده است. می‌خواستیم چه کار کنیم؟ می‌خواستیم ارقام بی‌نهایت عدد پی را از افراد جدا کنیم. می‌گوییم آن رقم چهار در سه و چهارده صدم، از چهارهایی که در دفتر دانش‌آموزان و در کامپیوترها و در ذهن ما هست، مستقل است. آن چهارهایی که در ذهن ما است، فردی از رقم دوم است. خود آن رقم هیچ‌کدام از اینها نیست. این روشن است. حال مثال‌ها را لطیف‌تر هم بکنیم روشن‌تر می‌شود.

تعین عدد پی در بیرون از ذهن

سؤال دوم؛ حال اگر بشر خلق نشده بود، محیط دایره سه برابر قطرش بود یا نبود؟ اگر بشر نبود این چهار در سه و چهارده صدم، پنج بود؟! نه، همان چهار بود. این سؤال دومی است که طبیعی چهار را از کل بشر استقلال می‌دهد. در اینجا خیلی کار شده است. ببینید در یک سؤال، طبیعی را از افراد خودش استقلال بدهیم، و در سؤال بعدی طبیعی را از کل بشر استقلال بدهیم. اگر کل بشر نبود، این بود. با این دو سؤال ساده این را عرض می‌کنم:

الآن که هفتاد تریلیون رقم پی هست، سؤال این است: ارقام این عدد تا بی‌نهایت هست یا نیست؟ می‌گویی همه بشر قبول دارند که هست. خُب رقم بعد از این هفتاد تریلیون که ماشین‌ها هنوز آن را کشف نکرده‌اند، معین است یا نامعین است؟

شاگرد: معین است.

استاد: کل بشر چه جوابی می‌دهند؟ معین است یا نامعین است؟ معین است. دارند به‌دنبال آن می‌روند تا آن را پیدا کنند. اگر معین است، هنوز که بشر به آن نرسیده، اعداد هم که تا بی‌نهایت هستند، موطن این تعین کجا است؟ ما نبودیم هم معین بود. نمی‌گویم موجود هست یا نیست. به دکارت اشکال گرفتند که گفتی من فکر می‌کنم پس هستم، سراغ یک خروجی فلسفی رفتی. من نمی‌گویم هست یا نیست. گفتم تعین دارد یا ندارد؟ عدد بعدی معین است یا نیست؟ اگر معین است، موطن این تعین کجا است؟ این بی‌نهایت رقم معین هستند یا نه؟ هیچ دستگاه مادی، هیچ دستگاهی فیزیکی، هیچ عالم وسیع نمی‌تواند موطن و بستر قرار بگیرد برای این بی‌نهایت رقمی که اگر بشر و عالَم هم نبود، ثابت هستند. پس ما از نفس تعین بی‌نهایت رقم‌هایی که همه بشر در درک و تصدیق آن شریک هستند، داریم نشان می‌دهیم که این بی‌نهایت هست؛ اگر ما هم نبودیم هستند، اگر باشیم هم هستند. و متعین هم هستند. اگر به آن برسیم، هفتاد تریلیون، می‌شود هفتصد تریلیون، معلوم بودند. نشد هم نشد. لذا عده‌ای اشتباه کرده‌اند؛ اشتباه کردن به این معنا است که معین بوده، اما غیاث الدین مثلاً در رقم پانزدهم اشتباه کرد. این حاصل عرض من است. اگر در نقد این عرض من یا پیش‌برد آن، مثال‌هایی لطیف‌تر دارید، بفرمایید. مقصود من این است که بشر در این خصوصیات عدد پی متفق هستند. ما می‌توانیم از آن استفاده کنیم و به بشر، عالم متافیزیک و عالم مجرد را نشان دهیم که اصلا ورا ذهن ما، هوش ما، درک ما و عالم ماده ما است. این تعین کافی است. همان حرفی که جلسه قبل از گودل عرض کردم. گفت چشم ریاضی‌بین ما چیزهایی را می‌بیند که با چشمی که جسم فیزیکی را می‌بیند فرقی ندارد. الآن من دارم این کتاب را می‌بینم. الآن هم چشم تک‌تک ما دارد می‌بیند؛ سه و چهارده صدم؛ بعدش یک است؛ داریم جلو می‌رویم. چشم ذهن ما دارد طبیعی ارقام –نه افراد آن- را تا بی‌نهایت می‌بیند و تعینش را باور دارد ولو الآن به آن نرسیده. این دستاورد کمی نیست که ما از آن استفاده کنیم تا بعداً لوازم آن را عرض می‌کنم که اساساً ماتریالیسم به‌عنوان اصالة المادة برعکس است. اتفاقاً اصل با چیزهایی است که پشتوانه این است؛ آن چیزی که ظهور عالم علم الهی است.

استقرار ما در میان عالم بینهایت بزرگها و بینهایت کوچکها

شاگرد: هر چقدر ریز شویم باز هم ... .

استاد: عالم بینهایت بزرگ و عالم بینهایت کوچکها، در طرفین آن، ما مرزی نداریم که بگوییم به یک جایی میرسیم که مجبور هستیم توقف کنیم. لذا با اینکه ما در میانهای هستیم که در بینهایت بزرگ برهانی بر وقوف ندارد -البته ابنسینا و صاحب اسفار میگویند تناهی ابعاد داریم- در این طرف هم نداریم؛ یعنی اینکه جزء لایتجزی داشته باشیم، ولو به نقطههای حدی برسیم و عوالم تغییری کنند - اگر خواستید به بحث تعدد عوالم مراجعه کنید - یعنی به تموج پایه برسیم، اما باز از اینکه بتوانیم بشکنیم و تقسیم کنیم و تا بینهایت برویم، جزء لایتجزی محال است. در بینهایت هم با به جایی نمیرسیم که بخواهد جزء لایتجزای نهایی باشد.

شاگرد: ما نمیرسیم اما در موطن اعداد گنگ که میتواند باشد. میتوانیم جلوتر برویم.

رسم‌انپذیری عدد پی و رسم‌پذیری رادیکال دو

استاد: من حرفی ندارم. تازه باید پیوسته هم باشد. اگر روی مبنای اصل موضوعی گسستگی جلو برویم، باز هم نمی‌شود. یعنی ببینیم عدد پی ما در جایی قرار می‌گیرد که آنجا نقطه عددی ندارید؛ اگر گسسته باشد، اما بنابر پیوستار چرا. ولی عدد پی رسم انپذیر است و مثل عدد رادیکال دو نیست. بشر نقطه رادیکال دو را با رسم روی محور نشان می‌دهد، اما پی، رسم انپذیر است. یعنی شما هر کاری کنید نمی‌توانید به بشر نشان دهید که این نقطه است. نه، رسم انپذیر است، محال است بتوانید در محور آن را نشان بدهید. بلکه در محور فقط می‌توانید از دو طرف، تا بی‌نهایت به آن نزدیک شوید. از طرف کثیر الاضلاع محیطی با کثیر الاضلاع محاطی به عدد پی نزدیک شوید؛ از طرفین، بی‌نهایت به آن نزدیک شوید. اما باز به آن نمی‌رسید، چون رسم انپذیر است. این‌ها با نگاه پیوستار قابل قبول است، ولی آن چه که عرض من است، این است: وقتی شما چنین عالمی را در نظر می‌گیرید، خود طبیعت را چه کار می‌کنید؟ جای طبیعت کجا است؟ یعنی آن چهاری که رقم دوم است، کجا است؟ این جای عالم است؟! فوقش شما می‌گویید با یک بی‌نهایت طرفینی عدد پی را جاسازی کردم، خُب طبیعی چهار را کجا جا دادی؟! وقتی می‌گوییم اف‌الاطون‌گرائی ساده می‌شود، منظور ما این است که حتی وقتی به ذهن بچه نشان دادی و یک چهاری را در یک جای عالم گذاشتید، باز آن چهار، رقم دوم نیست، طبیعی چهار است که رقم دوم است. شما یک فردش را در اینجا می‌گذارید.

شاگرد: با طبیعت فرق می‌کند.

استاد: احسنت، باز ذهنش به جایی می‌رود که می‌گوید آن چهار یک چیزی است که در این عالم داده هم می‌آید، من نگفتم محال است. بی‌نهایت فرض گرفتید، آن را جا می‌دهید، اما فردی از آن چهار را جا می‌دهیم. باز سؤالات ما جای خودش هست. و جالب این است که ذهن همه در آن مشترک است.

والحمد لله رب العالمین