۲۳. فقه هوش مصنوعی (۱۴۰۴/۰۱/۲۸)

موضوع : سال تحصیلی (۱۴۰۴-۱۴۰۳) - پنجشنبه، ۲۸ فروردین ماه ۱۴۰۴

- پیش‌گفتار(چکیده)
- خلاصه بحث
- منشأ غیر فلسفی در پیشرفت هوش مصنوعی
- ماتریس و بردار، مبادی فهم هوش مصنوعی

پیش‌گفتار(چکیده)

موضوع اصلی:
??? ????? ?? ?????? ? ????? ??? ???????

موضوعات فرعی:
تبیین بردار و ماتریس و تنسور (و فضای جبر خطی) به‌عنوان مبادی هوش مصنوعی

خلاصه بحث

جلسه قبل، بحث ما در بخش دوم مباحثه بود. بخش اول، این بود که تلاش کنیم تا به کل بشر نشان دهیم هوش مصنوعی بهخصوص در این ردههایی که هست، پایهمحور است، ولی مزاجی که خدای متعال برای بدن انسان قرار داده، اشراقمحور است و هم بافتهای از عالم دیگری است که به اینجا آمده است. این بدن، پایه است، اما پایهای که واقعاً دم و دستگاه و تشکیلاتی از عالم دیگر در اینجا فعال میشود. به خلاف ماشین و هوش مصنوعی که هر چه عجائب هم در آن صورت بگیرد، تمامش پایهمحور است. تفاوت بین این دو را با انواع و اقسام مثالها نشان بدهند، نه اینکه اثبات کنند. این بخش اول بود.

شاگرد۱: در بخش اول، مسلم شد که هوش مصنوعی در تمام ابعادش، نمیتواند در امور عبادی جای بشر را بگیرد. مثل حج، نماز، عبادت استیجاری و .... چون نمیتواند مثل روح با عالم بالا ارتباط برقرار کند.

استاد: بله، البته در بخشی از مباحثه فرض گرفتیم بعداً مثل شبیهسازی که در این زمان میکنند، اتفاق بیفتد. امروزه از یک سلول بدون اینکه سلول جنسی باشد، از یک سلول عضوی غیر جنسی یک شخص پدید میآید. شبیهسازی این است.

شاگرد۱: اینکه روح دارد.

استاد: به وسیله شبیهسازی، کاری میکنند که بدنی پدید بیاید. در اینجا طبق ضوابط ما میدانیم که آنها این بدن را با شبیهسازی و آزمایشگاه دستکاری کردهاند، اما این بدنی است که لیاقت این را دارد که از عالم دیگری به آن روح تعلق بگیرد؛ یک فضای دیگری است و به آن نفسمندی ماشین میگویند. ماشین میتواند به جایی برسد که نفس از عالم دیگر به آن تعلق بگیرد؟ روح این انسان شبیهسازی شده، حیوان شبیهسازی شده، از آنجا میآید و بسترش را ما فراهم کردهایم. اما اینکه در هوش مصنوعی هم، بستری فراهم کنیم تا از جای دیگری چیزی بیاید، از بحث ما خارج است. بحث ما این است: انسانی که هست و با هم مراوده دارند، هوشش اشراقمحور است. اما این هوشی که فعلاً هست و در ماشینها اجرا میشود، پایهمحور است. باید این را نشان بدهیم. این بخش اول بود.

بخش دوم این بود که همین پایهمحور را تحلیل کنیم. چرا تحلیل کنیم؟ برای اینکه بعداً وقتی موضوعات فقهی را با دقت زیر ذرهبین میگذاریم، در این بخش دوم ببینیم ما که یک هوش پایهمحور داریم، موضوع کدام یک از ادله فقهی است. همین چیزی که الآن شما فرمودید؛ وقتی موضوع دلیل فقهی نیابت در حج، نماز استیجاری و روزه را میبینیم، میگوییم روزه نخوردن چیزی است، یا نماز و حج اعمالی است، اما شرطش قصد قربت است. معرفت خدا، قصد امتثال امر الهی و تقرب الی الله شرطش است که اینها از هوش پایهمحور نمیآید. و لذا یک ربات نمیتواند نائب در حج باشد، چون آن شرط را ندارد.

اما اگر معاملهای انجام داد؛ مثلاً میگوییم در معامله، قصد انشاء نیاز است؛ آیا در اینجا قصد انشاء از او متمشی شده یا نشده؟! این هم یک جور موضوع فقهی است. آیا این هوش پایهمحور این اندازه میتواند موضوع شرعی را محقق کند یا نه؟ میخواهد ذبح کند؛ در ذبح گوسفند که هیچ وقت نگفتهاند باید قصد قربت داشته باشد. باید ذکر نام خدا بشود و سر ذبیحه را ببرد. خب قصد

قربت نمی‌خواهد، ولی ذکر نام خدا می‌خواهد. آیا یک ربات در اینجا می‌تواند ذبح کند؟ همینطور که بعراحتی کلمات را می‌گویی و صوت تولید می‌کند، روی حساب فهمی که خودش به اندازه پایه‌محور دارد، بسم الله بگوید و سر ببرد. اگر یک ربات این کار را کرد، حلال است یا نه؟ اگر ذبح کننده باید مسلمان باشد، ربات که مسلمان نیست. اما اگر اینکه ذبح کننده کافر باشد مانع است، خب ربات که کافر نیست؛ فرق بین شرط و مانع. اگر شارع فرموده که کافر را قبول ندارم، او که نفرموده من ربات را قبول ندارم. اما اگر بگوید تنها مسلمان را قبول دارم، ربات مسلمان نیست. خیلی فرق می‌کند. منظور ما این است که در بخش دوم، داریم تنقیح موضوعات احکام فقهی را صورت می‌دهیم تا بعداً در بخش سوم، احکام را بیان کنیم که حال که موضوع را فهمیدیم، حکم آن چیست.

شاگرد۲: ظاهراً در ذبح فقط ذکر نیست.

استاد: «اهلّ لغیر الله» یعنی نام غیر خدا برده شده، او که نام غیر خدا را نمی‌برد. اما اینکه باید نیت کند که لله این را می‌کشم؛ اگر محضاً بخاطر پول باشد، یا حتی ذابح ریا کند، باطل است یا نه؟ اینها سؤالاتی است. اگر شما بگویی ذبح واجب تعبدی نیست و فقط آنچه که شارع فرموده این است که باید اسم خدا را ببرد. اگر گفته شود شرط بردن نام خدا بر ذبیحه این است که به قصد قربت بگوید؛ اگر اینطور باشد فقهاء باید تصریح کنند.

شاگرد۲: عرضم این است که فقط صرف تسمیه هم بعید است باشد.

استاد: من مشکلی ندارم. فقط دارم مطرح می‌کنم. شما در تنقیح موضوع می‌گویی شارع در تسمیه، پایه‌محور را قبول ندارد. وقتی پایه‌محور را توضیح دادی، شما با استظهار از دلیل این را می‌گویی. اتفاقاً منظورم این است که ابتدا باید تصور کاملی از کار هوش داشته باشیم، تحلیل دقیق داشته باشیم تا بفهمیم حکم شرعی آن چیست.

منشأ غیر فلسفی در پیشرفت هوش مصنوعی

برای اینکه این بخش دوم به‌خوبی واضح شود، باید توجه کنیم که هوش مصنوعی یک مبادای دارد. آن‌چه از این مبادی که مربوط به متخصصین است، خبر ربطی به ما ندارد و متخصصین بحث‌هایش را می‌گویند. اما یک بخشی از مبادی کار هوش پایه‌محور است که تقریباً در زمان ما دارد جزء معلومات عمومی می‌شود. یعنی اگر ما بخواهیم تصور درستی داشته باشیم، این‌ها را هر چه بیشتر بدانیم، ذهنمان روانتر است. معلومات عمومی به این صورت است که سطحبندی است. مثلاً انرژی هسته‌ای را ببینید. از بچه و بزرگ، کسی هست که به گوشش نخورده باشد؟! همه شنیده‌اند. اما این هسته به چه معنا است؟ یعنی مثل هسته زردآلو است؟! این هنوز خیلی جزء معلومات عمومی نیست. اما کسی که معلومات عمومی‌اش بیشتر باشد و درس خوانده باشد، تا انرژی هسته‌ای می‌گویند، می‌گوید یعنی هسته اتم و این هسته مربوط به هسته اتم است؛ این جلوتر رفت. اگر در مباحثه بگویند ما می‌خواهیم توضیح بدهیم که این قدر انرژی هسته‌ای می‌گویند، منظور از این هسته، هسته اتم است، خیلی راه دوری نرفته است. چرا؟ چون معلومات عمومی زمان این را می‌طلبد. اگر غنی‌سازی بگویند، دوباره مقداری مشکلتر می‌شود. غنی‌سازی به چه معنا است؟ غنی‌سازی چند درصد؟ ولی عمومی و واضح است و همه دارند می‌شنوند. گویا وقتی جلوتر می‌رود، برای یک انسان فرهیخته نقص است که اصلاً تصور درستی از غنی‌سازی نداشته باشد. چرا؟ چون در یک محیطی دارد کار می‌کند که عموم و خصوص همه می‌گویند. یک جا با تعبیر غنی‌سازی مواجه می‌شود و می‌بیند هیچ تصوری از آن ندارد. یک وقتی است که عدم الکمال است و یک زمانی می‌آید و نقص می‌شود. عدم الکمال آن وقتی است که مثل من طلبه پیرمرد است که نمی‌داند غنی‌سازی به چه معنا است. اگر می‌دانستم «وما خَلاهُنَّ فوُ َفضَلٌ»[1]؛ اگر می‌دانستم خوب بود، ولی حالا نمی‌دانم؛ این عدم الکمال است. اما همین سطح از معلومات عمومی وقتی کمی جلوتر می‌رود، مثل من طلبه با همین سطح اگر ندانم، نزد عرف عام نقص است. می‌گویند حالا دیگر اگر ندانی نقص است.

این را به این دلیل عرض می‌کنم که این هوش مصنوعی در بخش دوم -که تحلیل هوش پایه‌محور است- مبادی علمی‌ای دارد که بخشی از آن، معلومات عمومی است که اگر ندانیم نقص است و بخشی از آن، معلومات عمومی است که اگر ندانیم عدم الکمال است. بخشی از آن هم مطالب تخصصی است که با زحمت باید الفاظی از آن بگوییم.

من در این جلسه طبق همان سبکی که از اول تا به حال داشتیم، به اندازه‌ای که از مطالب مطالعه کرده‌ایم، مطالبی را عرض می‌کنم که هم ساده باشد و هم ان شاء الله مبادی را به‌صورت واضح در ذهنمان جلو ببرد. جلسه قبل مطالبی را جلو رفتیم؛ نسل‌ها و انواعی که هوش مصنوعی داشت؛ نمادگرائی که اول بود و بعد سراغ اتصال‌گرائی و شبکه‌های عصبی رفتن و بعد هم یادگیری عمیق بود که همه‌سین با توضیح انپذیری مواجه شدند؛ همه این‌ها را عرض کردم. در یادگیری عمیق در شبکه‌های مصنوعی عصبی با یک پردازش توضیح انپذیر مواجه شدند. بعداً چه تلاش‌هایی شد تا این توضیح انپذیری -که برای همه‌سین یک ناخوشایندی‌ای هم دارد- را توضیح پذیر کنند.

شاگرد۳: توضیح ناپذیری را فرمودید مثال نقض این بود که رویکردی فلسفی داشته باشند.

استاد: نه، از اینجهت مثال نقض را نگفتم. من گفتم عدهای میفرمایند دیدگاههای فلسفی در تولید و پیشرفت هوش مصنوعی فعال بوده و موتور کار بوده. من عرض کردم هر چه فکر کردم از این سر در نمیآورم.

شاگرد۳: فعال بوده یا تأثیرگذار بوده؟

استاد: تأثیری که آنها میگویند، نبوده است. آنچه که عرض کردم، این بود که در پیدایش کامپیوتر و بعداً هوش مصنوعی و ... علت پیشرفت آنها این بود که ابزار ریاضی مناسب برای مهندسین نرمافزار فراهم شد. وقتی ریاضیدانها ابزار ریاضی را به دست مهندسین دادند، صبر نکردند تا ببینند فلاسفه ذهن چه میگویند؛ آقای فیلسوف ذهن یا فیلسوف کذا به ما خط بدهید که ما چکار کنیم!

شاگرد۳: بحثهای معرفتشناسی روی دادههای اولیهای که به هوش مصنوعی دادهاند تأثیرگذار هست و اینها بر اساس معرفتشناسی خودشان بوده.

استاد: نه. اصلاً به معرفتشناسی کار نداشتند. وقتی عدد بایناری را پایه کار قراردادند، چه فلسفههای در کار بود که مهندسین نرمافزار فهمیدند با مبنای صفر و یک میتوانند اعداد را نشان بدهند، فضای حافظه درست کنند، بعد سی پی یو درست کنند و پردازش کنند؟! کجای این فلسفه است؟! کجا صبر کردند یک فیلسوف بگوید؟! عدد بر مبنای دو، یک ابزار ریاضی است.

شاگرد: اینکه صفر و یکی، یا فازی ببینند، بالاخره در نتیجهها تأثیرگذار میشود.

استاد: نه، در آن چیزی که آنها میخواستند تأثیرگذار نبود. البته عرض کردم منطق و ... همه اینها در ذهنشان فعال است، اما دیدگاههای فلسفی، موتور پیشرفت کار آنها نیست و تفلسف نمیکنند. یک مهندس نرمافزار با یک ابزار ریاضی دارد کارش را پیش میبرد. جلوترها هم عرض کردم؛ هندسه اقلیدسی، فلسفه است یا هندسه است؟ هندسه است. از قدیم که مهندس میگویند، یعنی هندسه بلد است. هندسه اقلیدسی با خطکش و پرگار یک ابزار کوکشانپیما به دست مهندسین میداد. امام صادق علیهالسلام در توحید مفضل فرمودند همینطور نگاه میکنی و یک خورشید میبینی. بعضیها میگویند چهار برابر، بعضی میگویند ده برابر. بعد به گمانم تعبیر «اصحاب الهندسه» داشتند. اینها میگویند این خورشید خیلی خیلی بزرگتر از کره زمین است. این هندسهای که اقلیدس به دست مهندس میدهد و با ابزار هندسی میگوید حجم آن کره سمواي بزرگتر از زمین است، فلاسفه به او چه میگویند؟! هیچی. منظورم این است که اصلا فضا، فضایی نیست که بگوییم این آقای مهندس گرفتار این است که ببیند فلاسفه چه گفتهاند؛ تا او بگوید کره زمین کوچکتر از کره خورشید است! اینجا جایش نیست. لذا ابتدا که مباحثه کردیم گفتم اگر به این فضا دقت کنیم؛ یعنی از تفلسف فرار نکنیم اما امتیازی بدهیم؛ یعنی در عین حال که رنگ تفلسف و فلسفه بودن را درک میکنیم، خودمان را در فضای فلسفی نبریم، بحث ما به یک نحو خیلی روشنتری جلو میرود.

شاگرد۴: فلاسفه در زمستان هوش مصنوعی تأثیری نداشتند؟

استاد: همینجا هم عرض میکنم که تأثیری نداشتند. البته طرفداران مثل دریفوس میگویند خیلی تأثیر داشت، اما اینطور نیست.

شاگرد۱: فرمودید در یادگیری عمیق با یک پردازش توضیح ناپذیری مواجه شدند.

استاد: آقا فرمودند شما گفتید که به فلسفه مربوط نیست. من عرض کردم دلیل عرض من که مهندسین با فلسفه کار ندارند، این است: وقتی زمستان پیش آمد و در بهار آن، از نهادگرائی به اتصالگرائی کوچ کردند و شبکههای عصبی رده اول و دوم پیش آمد، میبینید وقتی آنها میخواستند بگویند یک نورون چکار میکند و همان را در سی پی یو پردازش کنیم، در این فضا یک استدلال فلسفی و دیدگاه فلسفی نبود، بلکه ادای یک نورون را درآوردن بود. کسی که میخواهد ادای یک نورون را در بیاورد، کجا صبر میکند تا ببیند فلاسفه چه میگویند؟! فقط باید مکانسیم کار این را یاد بگیرد و شبیهسازی کند. و لذا در ادامه، کاری که مهندسین در یادگیری عمیق کردند، توضیح ناپذیر شد و حال اینکه اگر ریخت کار فلسفی باشد، یا حتی ریاضیات غیر آماری -منطقی و قاعدهمحور باشد- میتوانند توضیح بدهند. توضیح میدهد و میگوید این راول کار ما بود، حالا اشتباهش را بگیرید. اما وقتی مبنای «LLM» آمد، که مبنای آماری محور آمد، این دیگر خیلی روشن است که آنها کارهایی را شروع کردند و مبنای اتصالگرائی را جلو رفتند و نسل دوم را آوردند، به آموزش عمیقی رسیدند که توضیح ناپذیر بود و توضیح ناپذیری کاملاً نشان میدهد که پشتوانه کار، یک تفلسف نبود؛ یک معنا نبود.

شاگرد۴: دریافوس در یکی مقالهاش گفته که اینها تحت تأثیر فلسفه هستند. احتمالاً خود مهندسین قبول نکنند. میگوید: «در کمال تعجب متوجه شدم که این محققان پیشگام برخلاف آن ادعا، نه فقط از اینکه جایگزینی برای فلسفه آورده باشند، بسیار دورند، بلکه مستقیم و غیر مستقیم چیزهای بسیار زیادی را از ما فیلسوفان آموخته بودند. بهعنوان مثال از هابز این ادعا را که تعقل عبارت است از محاسبهورزی، از دکارت نظریه بازنمائیهای ذهنی را، از لایبنیتس ایده ویژگی جامع را -یعنی مجموعهای از اصول اولیه که با آن میتوان همه دانش را بیان کرد- از کانت این ادعا را که مفاهیم قواعد هستند، از فرگه صوریسازی این قواعد را و از ویتگنشتاین اتمیسم منطقی را در کتاب تراکتاتوس، و بهطور خالصه محققین هوش مصنوعی بدون اینکه متوجه باشند، سخت در تلاش بودهاند تا فلسفه عقلانی را به یک برنامه تحقیقاتی در هوش مصنوعی تبدیل کنند».

استاد: شاید دیده بودم.

شاگرد۴: یعنی شما همه این موارد را در میکنید؟

استاد: بله، همه این حرفهایی که ایشان میگوید، در عین حال که درست است، منافاتی با آنچه که من عرض کردم ندارد. شانون بود که جبر بولی و صفر و یکی را آورد. اگر نیاورده بود که ما الان کامپیوتر نداشتیم. چون بایناری در فضای عدد است و عدد بهتنهایی در فضای ریاضی نمیتوانست کاری انجام بدهد و شما باید منطق را بیاورید. وقتی هم منطق را میآوردید، منطق دو ارزشی و منطق گزارهها که فرگه آورده بود و...، اگر شما بگوئید شانون از دیدگاه فرگه استفاده کرد، مانعی ندارد. اما صحبت سر این است که وقتی او از جبر بولی استفاده کرد، منطق گزارههای او محرک او بهسوی پیشبرد بود؟ یا اصلیترین کاری که توانست صنعت را پیاده کند، ابزار ریاضی جبری بود؟! البته فرگه سعی کرد که منطق گزارهها را ریاضی کند که باز ابزار ریاضی در بین است. یعنی صبغهای که او در منطق صوری پیاده کرد قبل از اینکه به مراحل تعبیری و معنادهی برسد، بخش اولش محض ریاضی و ابزار ریاضی است. من به گمانم منافاتی ندارد. البته بعداً هم باز فکر میکنم. اگر عبارات کوتاهتری دیدم که نقض عرض من است، بیشتر عرض میکنم.

---

[1] الكافي : ١/٣٢/

ماتریس و بردار، مبادی فهم هوش مصنوعی

حال چیزی که امروز میخواهم عرض کنم، این است: ما در این مباحث، به مبادیای نیاز داریم که آن مبادی باید برای ما واضح باشد. این مقصود امروز من است. از مثالهای بسیار سادهای شروع میکنم، مطالبش را همه همه علماء گفتهاند و متخصصین بحث کردهاند. ما به این عنوان که میخواهیم بر یک مفاهیم ساده که مبادی کار است، تفاهم بشود، مطرح میکنیم.

یک مثال بسیار ساده را فرض بگیریم و جلو برویم. مثلاً کسی به دیگری میگوید من قصد مسافرت دارم، یک توصیهای بکنید. میگوید الحمد لله، ان شاء الله به سلامتی کجا میخواهید بروید؟! میگوید فلان شهر. چقدر راه است؟ فلان قدر. چند ساعت طول میکشد؟ با طرح این سؤالها دو-سه دقیقه با هم صحبت میکنند. به این، یک محاوره تحت زبان طبیعی میگوییم. خب این یک زبان طبیعی است. همین چیزی که ما بهراحتی با هم حرف میزنیم، الآن هوش مصنوعی آن را جلوی چشم همه بشر گذاشته است که بزرگترین نوابغ بشر نمیتوانستند متوجه بشوند در همین گفتوگوی ساده، خداوند چکار کرده است. مسافرت میخواهی بروی؟! خیر است ان شاء الله!

بعد از اینکه خواستند هوش مصنوعی زبان را پردازش کند، یکی از علل مهم زمستان هوش مصنوعی همین پردازش زبان بود که در پردازش ناموفق بود. بودجهها را هم به همین خاطر قطع کردند. ای آزمون تورینگ که کاری میکند که نفهمیم هوش مصنوعی دارد جواب ما را میدهد، ای انسان است. حال همینجا که یک گفتوگوی ساده است؛ اگر از پشت دیوار صدایی بیاید، وقتی میگوید میخواهم مسافرت بروم، جواب میدهد که به سلامتی! بعد میگوید قیمت مسافرت شما چند است؟ چند کیلو وزنش است؟ این شما را به شک میاندازد. چرا؟ یکی را میبینید که میگوید راهش چقدر است و ...، اما دیگری میگوید رنگ مسافرت چه رنگی است؟ لذا به شک میافتید که اصلاً اوضاع دستش نیست. این چه سؤالی است که از من میکنی که قیمت مسافرتت چند است؟! من که نمیخواهم کالا بخرم!

در این فضا یک مثالی را عرض میکنم تا جلو برویم. ببینیم در همین کلم ساده‌ای که با هم محاوره کردیم، چه کارهایی در ذهن این دو نفر صورت میگیرد تا این محاوره ساده در زبان طبیعی انجام شود. حال مثالی که عرض میکنم، این است: یک برگه کاغذ جلویتان بگیرید. نگاه میکنید که دو نقطه طرف راست و چپ این کاغذ هست. یک نقطه با فاصله سه سانت از حاشیه طرف راست است، دیگری هم سه سانت از حاشیه چپ فاصله دارد. حال راجع به همین کاغذ و دو نقطه راست و چپش سؤالاتی را مطرح میکنیم.

سؤال من این است: میگوییم کدام یک از این نقاط "یک" است و کدام "دو" است؟ اینجا که نمیتوان گفت کدام "یک" است و کدام "دو" است. هر کدام میتواند "یک" باشد یا "دو" باشد. اما اینها چند نقطه است؟ دو نقطه است. اینکه کدام "یک" است و کدام "دو" است، به دست ما بود؛ اگر از این راه میرفتیم، میگفتیم این "یک" است و آن "دو" است، اما اگر از آن راه برویم، برعکس میشود. اما دو نقطه بودن آنها به دست ما است؟! این به دست ما نیست. الآن در اینجا یک چیزی است که فقط درکش میکنیم. اینکه بگوییم این "یک" است و آن "دو" است، چیزی را درک نمیکنیم، بلکه داریم

می‌شماریم و کار ذهنی‌ای انجام می‌دهیم. اما وقتی می‌گوییم دو نقطه است، داریم یک چیزی را درک می‌کنیم که به دست ما نیست.

الآن ببینید؛ در فضای دو نقطه، سر و کار ما با شمردن است. شمردن، دو تا بودن، امروزه می‌گویند ریاضیات گسسته است. عدد کاردینال و اصلی است. عدد شمارشی، در ریاضیات گسسته در همین فضا است. الآن شاید در ذهن هیچ‌کدام از شما این سؤال اخیر من نیامده. شاید در ذهن کسانی که ذهن ریاضی دارید، آمده باشد. اما شاید هم در ذهن خیلی‌ها نیامده باشد. اینکه گفتم کدام "یک" است و کدام "دو" است، سؤال این است: فاصله این دو نقطه چقدر است؟ زیر کلمه "فاصله" خط بکشید. الآن شما یک حرفی می‌زنید، مثلاً می‌گویید دو سانتی‌متر است. خب سانتی‌متر چیست؟ اگر به بچه، فاصله این دو را بگویید، یک درکی دارد، اما هنوز عدد را نمی‌داند؛ به مدرسه نرفته تا عدد بخواند. ولی از لغت فاصله، می‌توانند بفهمند که مقصود ما با اول و دوم، فرق داشت. این بُعد بین این دو است. به محض اینکه می‌گویید فاصله این دو چقدر است، اینجا "چقدر" نه یعنی دو تا ای سه تا، بلکه می‌خواهد آن بُعد را از حیث هندسی در نظر می‌گیرد. از حیث کمّ منفصل منظور نیست، از حیث کمّ متصل، آن را در نظر می‌گیرد. وقتی ریاضدان‌ها سراغ این رفتند که برایشان فاصله مطرح شد، آنجا بود که عجائب شد و اولین بحرانی که در زمان فیثاغورس بود، پدید آمد. به گمانم پارسال عرض کردم. اولین بحران، بحران مقداری متبایین بود؛ اعداد گنگ. اگر تا بی‌نهایت عادّ کوچک پیدا کنید، به یک عادّی نمی‌رسید که آن عادّ بتواند دو مقدار ضلع یک مربع و قطر یک مربع را بشمارد. رابطه بین قطر یک مربع و ضلع آن، رابطه گنگ است. این خیلی مهم است. یعنی شما وقتی سراغ فاصله و بُعد و هندسه رفتید، یک بحران در ریاضیات کمّ منفصل و عدد درست شد. راه‌کار دو، چه عددی است؟ گویا نیست و اصلاً نمی‌توانید با نسبت دو عدد صحیح، آن را بیان کنید.

بنابراین تا می‌گوییم فاصله این دو نقطه چقدر است، با یک فضای جدیدی مواجه هستیم. خب اولین کاری که کردند این بود که فوری می‌گوییم یک چیز دیگری را مقیاس قرار بدهید، تا با آن به تو بگویم فاصله‌اش چقدر است. فاصله را فهمیدیم چیست اما اینکه چقدر است؛ مثلا فاصله بین این دو نقطه، یک دوم طول برگه است؛ طول برگه یک مقیاس شد و با آن مقیاس می‌گوییم یک دوم آن است. یا می‌گویند فاصله این دو نقطه، یک سوم عرض این کاغذ است. یا مثلا خط کوچکتری در این کاغذ کشیده‌ام و می‌گویم فاصله بین این دو نقطه مثلاً پنج تا از این خط کوچک است؛ پنج سانت است. لذا شما راجع به این فاصله می‌گویید پنج سانتی‌متر است، یا یک سوم عرض کاغذ است.

خب الآن تا فاصله را گفتید، سر و کارتان با بُعد و عددی که ریختش هندسی است، شروع می‌شود. فاصله را که آوردید و می‌گویید چقدر است، این "قدر" هندسی است. اگر الآن می‌گوییم پنج، این پنج با پنج گردو فرق دارد. درست است که دارید آن را می‌شمارید، اما اینجا با آن بسیار متفاوت می‌شود. از اینجا دیگر ریاضدان‌ها بحث‌ها را مفصل ادامه داده‌اند.

از اینجا می‌خواهم به محاوره اولیه خودمان برگردیم. می‌گوییم فاصله این دو نقطه این اندازه شد. این برگه‌ای که داریم (مثلاً کاغذ تورنسل) را داخل مایعی می‌کنید و می‌بینید روی این برگه رنگه‌ای پیدا می‌شود؛ چیزهایی که تا به حال پیدا نبود. یا مثلاً خیلی دور بود و نمی‌دیدید، اما وقتی نزدیک می‌شوید، می‌بینید این دو نقطه‌ای که راست و چپ کاغذ بود، روی محیط یک دایره قرار گرفته است. تصورش خیلی ساده است. حال دوباره سؤالم را تکرار می‌کنم و می‌گوییم فاصله بین این دو نقطه چقدر است؟ می‌گوید کدام یک را می‌گویی؟ اگر فاصله را از طریق قطر می‌گویی، همان فاصله قبلی است. اما اگر از روی محیط می‌گویی، نمی‌توانم همان خط قبلی را بگویم فاصله را باید از محیط ببرم. الآن فرق کرد. مفهوم فاصله تغییر پیدا نکرد، بستری که فاصله می‌خواهد در آن شکل بگیرد، یک خط مستقیم نیست و یک خط منحنی است. پس فاصله بین دو نقطه، به خط مستقیمی یک جور است و فاصله بین دو نقطه به خط منحنی که روی محیط

دایره است، جور دیگری است. ولی هر دوی آن‌ها فاصله است. دایره در صفحه دو بُعدی واقع می‌شود ای در فضا؟ شکل دایره در یک صفحه دو بعدی است. خط منحنی هم باز دو بُعدی است. درست است که خط مستقیم در یک صفحه دو بُعدی است، خط منحنی هم در یک صفحه دو بعدی است و از این جهت فرقی نمی‌کنند. حالا وقتی بیشتر دقت می‌کنیم، ای خودتان انجام می‌دهید، این صفحه کاغذی که دو نقطه رویش بود، و بعد دیدید این دو نقطه روی دایره است، آن را روی یک قوطی استوانه‌ای بچسبانید. حالا دوباره سؤال‌مان را تکرار می‌کنیم: فاصله بین این دو نقطه‌ای که روی این کاغذ هست، چقدر است؟ سؤالم خیلی ساده است. می‌خواهم کمکم یک بُعد اضافه کنم. ابتدا سر و کارمان با یک سطح دو بُعدی بود. با خمیده کردن یک صفحه که یک سطح دو بُعدی مستقیم و تخت بود، الآن سر و کارمان با فضای سه بُعدی شد. الآن نمی‌توانیم بگوییم فاصله این دو نقطه چقدر است، باید بگوییم روی چه حسابی می‌گویی؛ اگر روی حساب خط منحنی دایره می‌گویی، باید یک جور حساب کنیم و اگر از دل استوانه و قوطی می‌خواهی این دو را به هم وصل کنی باید یک جور بگویی و اگر روی سطح خمیده استوانه می‌خواهی بروی، باید یک جور وصل کنید. همه این‌ها هم واقعیت دارد؛ به فرض ما نیست، به درک ما است. ما این‌ها را درک می‌کنیم. یک چیزی نیست که بگوییم دست ما است. دست ما نیست. این هندسه‌ها برای محاسبات فاصله بین این دو نقطه، مختلف است.

شاگرد۴: اعتبارش دست ما است.

استاد: اعتبار نمی‌خواهد، انتخابش دست ما است. بله، ما می‌توانیم قوطی را بزرگ بگیریم و فاصله‌ها کمتر بشود. می‌توانیم قوطی کوچک بگیریم که چون خمیدگی بیشتر است، نقطه‌ها از هم بیشتر فاصله می‌گیرند و .... این بسته به انتخاب‌های ما است، و الا در هیچ‌کدام از این مراحل اعتبارش به دست ما نیست. ما فقط داریم محاسبات هندسی می‌کنیم تا به واقعش برسیم. داریم کشف می‌کنیم. و لذا می‌گوییم اشتباه کردیم. اگر اعتبارش به دست ما بود، اشتباه معنا نداشت. چون اعتبارش به دست ما نیست در محاسبه اشتباه می‌کنیم، لذا برمی‌گردیم و درستش می‌کنیم.

شاگرد۵: منظورتان این است که از نقطه چپ و راست به فضا برویم؟

استاد: نه، سه بعدی از دل استوانه منظورم است.

شاگرد۵: اول فضای دو بعدی بود.

استاد: مثال خیلی ساده بزنم. برگه را ببینید؛ فاصله بین این دو نقطه چقدر بود؟ ده سانت بود. حالا به دست بچه بدهید تا خمش کند. فاصله بین دو نقطه چقدر است؟ پنج سانت است. همان دو نقطه بود، می‌گویید فاصله‌اش چقدر است؟ پنج سانت. چون از این نقطه به آن نقطه می‌روید.

شاگرد۵: این همان فضای دو بعد است.

استاد: دو بعد نیست. دو بعد که همان ده سانت است.

شاگرد۶: منظورشان این است: خط مستقیمی که در سطح بود الآن در فضا است.

شاگرد۷: در ریاضیات فاصله را به کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه معنا می‌کنند.

استاد: نه، این خط مستقیم است. می‌گوییم خط مستقیم کوتاه‌ترین فاصله است. تازه آن هم در چه سطحی؟ کوتاه‌ترین فاصله بین تهران و بندر، روی کره است یا از وسط می‌روید؟ اگر از زیر

زمین بروید، کوتاه‌ترین فاصله است. اگر روی زمین بروید، یک قوس است. اصلاً هندسه‌های نااقلیدسی که درآمد، همین بود. خط مستقیم، بسط پیدا کرد. خط مستقیم در صفحه با خط منحنی در صفحه یک چیز بود و خط مستقیم در سطح - اعم از صفحه و غیر صفحه - تفاوت می‌کرد. همین بود که در هندسه ریمانی در سطح، خط مستقیم داریم، اما سطح مثبت. در هندسه هذلولوی خط مستقیم در سطح داریم، اما سطح منفی. در هندسه اقلیدسی، خط مستقیم در سطح داریم، اما سطح صفر؛ نه مثبت و نه منفی. این‌ها مطالب خوبی است.

حال اصل کار را بگویم؛ به محاوره اول برگردیم. بگوییم این دو نقطه‌ای که دو طرف صفحه بود، نمودار یک مسافرت است و دارد یک مسافرت را نشان می‌دهد. خیلی واضح است. همان محاوره‌ای است که گفت به سلامتی کجا می‌روی؟ گفت به مسافرت می‌روم. این فاصله، نمودار آن مسافرتی است که آن دو آقا حرفش را زدند. حرف درستی است؟ یعنی فاصله بین آن دو نقطه با قید مسافرت درست است؟ کم‌وبود ندارد؟ مسافرت، مبدأ و منتهی دارد و به آن جوش خورده است. یعنی شما نمی‌توانید یک خط بدهید و بگویید این نمودار مسافرت است. چون مسافرت ممکن نیست، مگر این‌که از یک جایی شروع بشود و به جایی ختم بشود؛ شما نباید بگویید فاصله این دو تا، نمودار است. بلکه چون می‌خواهد مسافرت بشود، باید فلش باشد و باید بگویید از این نقطه به آن نقطه، نمودار مسافرت است. یعنی در مفهوم مسافرت، غیر از فاصله، یک مفهوم دیگری به‌عنوان مقوم، دارد نقش ایفا می‌کند و آن، جهت است. همه این‌ها را توضیح دادم برای یکی از مهم‌ترین مفاهیم مبادی در همین پردازش زبان که بردار است.

بردار چیست؟ بردار آن چیزی است که دو تا بُعد نیاز دارد. جلسه قبل عرض کردم؛ مهم‌ترین مبنا، تنسور است. این فاصله‌های که در این خط توضیح دادم، در اصطلاح امروز می‌گویند تنسور رتبه صفر است که به آن عدد اسکالر می‌گویند. وقتی مسافرت شد، یعنی حتماً مبدأ با منتهی فرق دارد و جهت، قوام کارش است. اسمش در اینجا تنسور یک بُعدی - بردار - می‌شود. اگر چندتا از این بردارها را با هم ترکیب کردی و یک جدول و ماتریس درست کردی، تنسور دو بُعدی می‌شود. هر ماتریسی، یک تنسور دو بُعدی است. اگر چند ماتریس را کنار هم گذاشتی، تنسور سه بُعدی می‌شود. اگر سراغ تصویرهای چند بُعدی رفتی، تنسور چهاربعدی می‌شود. تنسور سه بعدی برای تصویرهای رنگی کافی است. اگر سراغ فیلم رفتی، فرق فیلم با عکس این است: وقتی شما فیلم را در یک بردار و ماتریس ذخیره می‌کنید، باید فریم‌هایش را اضافه کنید و تا تعداد فریم‌هایش را ذخیره نکنید، آن را ندارید. و لذا می‌گویند برای ذخیره کردن یک کلیپ تصویری، حتماً نیاز به یک تنسور چهار بعدی دارید. در تصویر رنگی، تنسور سه بعدی برای شما کافی است. اما در فیلم نیاز به تنسور چهار بعدی نیاز دارید. حال اگر بخواهید یک آلبوم درست کنید و چند فیلم در آن ردیف کنید، تنسور پنج بعدی نیاز دارید. بعد هم دیگر نیاز شما برطرف می‌شود و در فضای فیلم، دیگر نیاز به تنسور شش بعدی نمی‌شود. یعنی اگر شما فقط سر و کارتان با آلبوم فیلم باشد، تنسورهای پنج بعدی برای شما بس است. مهم این است که وقتی وارد فضاهای گسترده‌تر می‌شود، می‌بینید به تنسورهایی با ابعاد بالا نیاز دارید و چه عجائبی در اینجا پیش می‌آید.

این را عرض کردم تا مطلب را گفته باشم. فعلاً یکی از مبادی تنسور که مفهوم بردار بود را توضیح دادم. در بردار هم فعلاً یک آرایه دو بعدی را گفتم. در جلسه قبل عرض کردم بردارهای فیزیکی فقط ترکیبی از فاصله و جهت است که یک بردار روشن فیزیکی است، در فیزیک نیوتنی و جاذبه مطرح شده است. بعدها مهندسان هر آرایه‌ای، خودش یک بردار است؛ بردارهایی با ابعاد متعدد، نه فقط فاصله و جهت، بلکه بسیار طولانی‌تر. ولی با این توضیحاتی که عرض کردم متوجه شدید که بردار یک مفهوم ریاضی است که با عددهای اسکالر مثل فاصله فرق دارد. فاصله، یک عدد است، یک تنسور مرتبه صفر است. اما بردار، یک تنسور مرتبه یک است؛ یک بعدی است. یعنی یک بردار است با ابعاد مختلف. ممکن است شما یک بردار داشته باشید که ده درایه داشته باشد؛ ده مؤلفه دارد. اما خلاصه بردار یک بعدی است. و لذا می‌گویند تنسور یک

بعدی است. اما وقتی ماتریس شد، یعنی چندتا بردار را زیر هم گذاشتی؛ وقتی یک ماتریس شد، اینجا تنسور دو بعدی میشود. مثل یک صفحه. چطور میگویی یک صفحه دو بعدی است؟! ماتریس هم دو بعدی است تا به سه بعدی بروی.

این مسافرت و مبدأ و منتهی را گفتم. آن وقت بعداً میبینی الآن که میگوی مسافرت مبدأ و منتهی و جهت نیاز دارد، در همین پردازش زبان طبیعی سادهای که گفت «میخواهی مسافرت بروی؟»، بین طرفین محاوره معلوم بود که تا گفت «مسافرت»، یک مدخلی در فرهنگ عمید باز میشود. چرا در دیکشنری یک مدخل دارد؟ یعنی در اهل زبان تا میگویی مسافرت، این مؤلفهها در ذهنشان جوش خورده و میدانند که مسافرت مبدأ و منتهی و سیر و فاصله دارد؛ آن هم با انواع سیرها. لذا بعداً نمیگویی قیمت مسافرت چند است. رنگش چیست. میگویی فاصله مسافرت تو چقدر است. با چه چیزی میخواهی بروی؟ سرعت حرکتت چقدر است؟ سرعت و میانگین سرعت و ... پیش میآید. یعنی از دل مسافرت، حیثیاتی پیش میآید که اهل یک زبان، همه اینها را میدانند و بهصورت ناخودآگاه در ذهنشان فعال است و با هم محاوره میکنند. وقتی خواستند زبان طبیعی را پردازش کنند، به جاهایی رسیدند و دیدند که با صرف مطالب قبلی نمیشود. اینجا جالب بود. آن وقت سراغ بردارها و جبر خطی رفتند. مثل جبر بولی که شانون آورد، اینها هم برای پیشرفت فن امروز، جبر خطی را وارد کردند. مثل آنجا که اگر جبر دو ارزشی و دو گزینه ای نبود، اصلاً ما کامپیوتر نداشتیم، اگر جبر خطی نبود امروز مدلهای زبانی لارج و بزرگ را نداشتیم. همه این پیشرفتهای ما بهخصوص در این چند سال اخیر زیر سر به کار گیری ابزار ریاضی جبر خطی بوده است. جبر خطی، جبر همین بردارها و ماتریسها است. جمع و ضرب همه اینها را وارد کردند و این همه عجائب داریم. الآن وقتی شما با آن سؤال و جواب میکنید، اگر کسی ندانند، نمی فهمد که یک ماشین است و دارد جواب میدهد. هوش پایهمحوری است که هیچ فهم معنا در آن نیست، ولی دارد این کار را انجام میدهد.

والحمد لله رب العالمین