علاّمه حلی و علم جبر

زمان علامه حلی چند قرن از پیدایش علم جبر[1] گذشته بود. الآن در کل دنیا اسم این علم «Algebra» است. یعنی اسم آن عربی است و همه آن را میدانند. هر کجا مراجعه کنید اینگونه است. پیدایش و حدوث علم جبر بعد از اسلام بوده، برای خوارزمی و بوزجانی بوده است. اینها قرن سوم شروع شد. علامه برای بعدش میباشد[2].

علامه حلی در قواعد و در متن فقهی سنگین در معاملات به مسائلی میرسد که میگویند: این ها حل میشود بالجبر و المقابلة[3]. این کلمه علامه به چه معنا است؟ یعنی من ـ علامه هم بلد هستم و هم آن را درست میدانم که به مخاطب خودم میگویم که باید از این علم در فقه استفاده کرد. اگر من اشتباه میگویم بفرمایید[4].]

---

[1] جَبر (وام واژه عربی الجبر به‌معنای «یکی‌سازی تکه‌های شکسته‌شده» و «شکسته‌بندی») به همراه نظریه اعداد، هندسه و آنالیز، یکی از وسیع‌ترین شاخه‌های ریاضیات است. جبر در عمومی‌ترین حالت خود به مطالعه این نمادهای ریاضیاتی می پردازد؛ و ریسمانی‌ست که تقریبا تمام ریاضیات را با هم یکپارچه می کند. این شاخه شامل مباحث زیادی مثل حل معادلات مقدماتی تا مطالعه تجریدهایی چون گروه‌ها، حلقه‌ها و میدان‌ها است. بخش های مقدماتی تر جبر را جبر مقدماتی می نامند؛ و بخش های مدرن آن را جبر مجرد یا جبر مدرن می خوانند. جبر مقدماتی اغلب بخش مهم مطالعه ریاضیات، علوم ای مهندسی به علاوه علوم کاربردی دیگری چون پزشکی و اقتصاد می باشد. جبر مجرد یکی از شاخه های اصلی ریاضیات پیشرفته است که عمدتاً توسط ریاضیدانان حرفه ای مطالعه می شود.

جبر مقدماتی با حساب در استفاده از تجرید متفاوت اند. در جبر برخلاف حساب از تجریدهایی چون نمادهایی برای اعداد مجهول یا مقادیری که مجاز به اختیار کردن مقادیر مختلف اند، استفاده می گردد به عنوان مثال در x + 2 = 5 ، نماد x نامعلوم است، اما با اعمال معکوس های جمعی مقدار x = 3 برای آن پیدا می شود. در E = m c 2 ، نماد E و m متغیر اند، و نماد c ثابت سرعت نور در خلأ است. جبر روش هایی برای نوشتن فرمول‌ها و حل معادلات ارائه می کند که بسیار ساده تر و واضح تر از روش های قدیمی است که همه چیز را بر حسب کلمات و یا شکل‌ها می نوشتند.

واژه‌ی جبر کاربردهای تخصصی تر هم دارد. نوعی از اشیاء ریاضیاتی در جبر مجرد را «جبر» می‌نامند؛ به عنوان مثال در عنوان‌هایی مثل جبر خطی یا توپولوژی جبری. (سایت ویکی پدیا)

علم الجبر و المقابلة

و هو من فروع علم الحساب لانه علم يعرف فيه كيفية استخراج مجهولات عددية من معلومات مخصوصة على وجه مخصوص و معنى الجبر زيادة قدر ما نقص من الجملة المعادلة بالاستثناء في الجملة الاخرى ليتعادل و معنى المقابلة اسقاط الزائد من احدى الجملتين للتعادل و بيانه انهم اصطلحوا على ان يجعلوا للمجهولات مراتب من نسبة تقتضى ذلك اولها العدد لانه به يتعين المطلوب المجهول باستخراجه من نسبة المجهول اليه و ثانيها الشيء لان كل مجهول فهو من حيث

ابهامه شيء و وه ايضا جذر لما يلزم من تضعيفه في المرتبة الثانية و ثالثها المال و وه مربع مبهم فيخرج العمل المفروض الى معادلة بين مختلفين او اكثر من هذه الاجناس فيقابلون بعضها ببعض و يجبرون ما فيها من الكسر حتى يصير صحيحا و يؤول الى الثلاثة التي عليها مدار الجبر و هي العدد و الشيء و المال. توضيحه ان كل عدد يضرب في نفسه يسمى بالنسبة الى حاصل ضربه في نفسه شيئا في هذا العلم و يفرض هناك كل مجهول يتصرف فيه شيئا ايضا و يسمى الحاصل من الضرب بالقياس الى العدد المذكور مالا في العلم فان كان في احد المتعادلين من الاجناس استثناء كما في قولنا عشرة الا شيئا يعدل اربعة اشياء فالجبر رفع الاستثناء بان يزاد مثل المستثنى على المستثنى منه فيجعل العشرة كاملة كانه يجبر نقصانها و يزاد مثل المستثنى على عديله كزيادة الشيء في المثال بعد جبر العشرة على اربعة اشياء حتى تصير خمسة و ان كان في الطرفين اجناس متماثلة فالمقابلة ان تنقص الاجناس من الطرفين بعدد واحد. و قيل هي تقابل بعض الاشياء ببعض على المساواة كما في المثال المذكور اذا قوبلت العشرة بالخمسة على المساواة. و سمي العلم بهذين العمليين علم الجبر و المقابلة لكثرة وقوعهما فيه و اكثر ما انتهت المعادلة عندهم الى ست مسائل لان المعادلة بين عدد و جذر اي شيء و مال مفردة او مركبة تجيء ستة. قال ابن خلدون و قد بلغنا ان بعض ائمة التعاليم من اهل المشرق انهى المعادلات الى اكثر من هذه الستة و بلغها الى فوق العشرين و استخرج لها كلها اعمالا وثيقة ببراهين هندسية انتهى.(كشف الظنون عن أسامي الكتب و الفنون، ج1، ص:۵۷۸-۵۷۹)

جَبْر، ای جبر و مقابله ای حساب ِجبر و مقابله، شاخه‌ای از ریاضیات ِدوران اسلامی که موضوع آن استخراج مجهولات از معلومات از راه حل معادلات و با استفاده از روش‌های حسابی و هندسی و نیز روش‌های خاص این علم است. همچنین این شاخه از ریاضیات به حساب چندجمله‌ای‌ها نیز می‌پردازد. امروزه، در اثر تحولاتی که به‌ویژه از سده ۱۹م/ ۱۳ق تاکنون رخ داده، واژه جبر بر یکی از علوم ریاضی اطلاق می‌شود که موضوع آن بررسی ساختارهای جبری (گروه، حلقه، هیئت،...) است و حل معادلات و حساب چندجمله‌ای‌ها تنها بخش کوچکی از آن به‌شمار می‌آید. اما ما در این مقاله این واژه را به مفهومی که در دوران اسلامی داشته است، به کار خواهیم برد.

معنای واژه‌های جبر و مقابله

واژه «الجبر» (در فارسی: جبر) نخستین بار در عنوان [illegible] (ه م) به کار رفته، و پس از آشنایی اروپایی‌ان با این کتاب (نک : دنبال ِمقاله) با مختصر تغییراتی (مثل algebra در انگلیسی و algèbre در فرانسه) به زبان‌های دیگر راه یافته است. این واژه در عربی به معنای شکسته‌بندی و جُبران است، اما خوارزمی آن را بر عمل افزودن جمله‌های مساوی بر دو سوی یک معادله، برای حذف جمله‌های منفی، اطلاق می‌کند. واژه مقابله ــ که آن هم در عنوان کتاب خوارزمی دیده می‌شود ــ به معنای حذف مقادیر مساوی از دو طرف معادله است (مثلاً در این عبارت «فاذا جبرتَ و قابلتَ...»، خوارزمی، محمدبن موسی، ۴۰). نویسندگان آثار دائرة المعارفی، از جمله محمد بن احمد خوارزمی (د۳۸۷ق/ ۹۹۷م) (ص۳۹۳)، ابن کافانی (ص ۲۰۰)، فخرالدین رازی (د۶۰۶ ق/ ۱۲۰۹م) (ص ۹۰)، طاشکوپری‌زاده (۱/ ۳۲۷) و حاجی خلیفه (۱/ ۵۷۹) و غالب جبردانان پس از خوارزمی، از جمله کَرَجی (سده ۴ق/ ۱۰م)، این واژه را به همین معنی به کار برده‌اند (بولس‌ات،۷۴).

ابوکامل (نیمه دوم سده ۳ق/ ۹م) نیز مشتقات واژه جبر را به همین معنی به کار می‌برد. مثلاً برای معادله ۸۰=۲۰x-۱۰ می‌گوید: «۱۰۰ درهم را با ۲۰ شیء جبر کن و آن را با ۸۰ جمع کن (فاجبر المائة درهم بالعشرين شيء وزدها بالثمانين)» تا به صورت ۱۰۰=۲۰x+۸۰ درآید ([illegible]-۵۰ ، جم ، «طرائف...»، ۶۹: «فيجبَر فيقابَل»).

ابوریحان بیرونی در [illegible] جبر را به افزودن مقادیر مساوی به دو کفه ترازو برای حفظ تعادل آن تشبیه می‌کند (متن عربی، ص ۳۷، متن فارسی، ص ۴۸-۴۹) و در این تمثیل، بی‌آنکه به آن

تصریح کند، به اصول ِ

$$a = b \ ? a + c = b + c$$

و

$$a = b \ ? \ a - c = b - c$$

از اصول متعارف کتاب [illegible]یدس (نک : هیث، ا/ 223) استناد می‌جویدی. نصیر الدین طوسی (د ۶۷۲ ق/ ۱۲۷۳م) (...۱۹-۲۰) و غیاث الدین جمشید کاشانی (د ۸۳۲ ق/ ۱۴۲۹م) (ص ۱۸۹-۱۹۰) و ابن غازی مکناسی (د ۹۱۹ق) (ص ۲۲۸) نیز جبر و مقابله را به همین صورت تعریف کرده‌اند. با این حال، ابن بنا ّ (ه م)، هرچند در کتاب خود بخشی را به جبر و مقابله به معنای متعارف آن اختصاص داده، در جای دیگری واژ جبر را «اصلاح» معنی می‌کند و آن را به معنی تقسیم مقدار ثابت به ضریب مجهول در معادل ax=b می‌داند (ص ۵۶؛ نیز نک : قَلَصادی، ۱۵۱-۱۵۲). این کاربرد نیز هرچند با معنی متعارف جبر متفاوت است، به نحوی با ریش [illegible] لغوی این کلمه ارتباط دارد. با این حال، شارح اثر ابن بنا، قلصادی، جبر را به همان معنای اصطلاحی به کار برده است (ص ۲۴۷). به این دلیل‌ها، نظر صلیبا (نک : سرآمد مقاله) که این واژه را مشتق از جَبَرَ به معنای «مجبور کرد» و «ناگزیر کرد» می‌داند و غرض خوارزمی را از آن «بیرون کشیدن» ریش [illegible] یک معادله می‌شمارد، پذیرفتنی نمی‌نماید.(ساعت دائرة المعارف بزرگ اسلامی، مدخل جبر)

[2] قيل اول من صنف فيه الاستاذ ابو عبد اللّه محمد بن موسى الخوارزمى و كتابه فيه معروف مشهور. و صنف بعده ابو كامل شجاع بن اسلم كتابه الشامل و هو من احسن الكتب فيه و من احسن شروحه شرح القرشى(كشف الظنون عن أسامي الكتب و الفنون ؛ ج1 ؛ ص۵۷۹)

و أول من كتب هذا الفن أبو عبد اللّه الخوارزمي و بعده أبو كامل شجاع بن أسلم و جاء الناس على أثره فيه و كتابه في مسائله الست من أحسن الكتب الموضوعة فيه و شرحه كثير من أهل الأندلس فأجادوا.

و من أحسن شروحه كتاب القرشي و قد بلغنا أن بعض أئمة التعاليم من أهل المشرق أنهى المعادلات إلى أكثر من هذه الستة الأجناس و بلغها إلى فوق العشرين و استخرج لها كلها أعمالا و اتبعه ببراهين هندسية و اللّه يزيد في الخلق ما يشاء سبحانه و تعالى انتهى.

قال الشيخ عمر بن إبراهيم الخيامي إن أحد المعاني التعليمية من الرياضي هو الجبر و المقابلة و فيه ما يحتاج إلى أصناف من المقدمات عتاصة جدا متعذر حلها أما المتقدمون فلم يصل إليهم من كلام فيها العلم لم يتفطنوا لها بعد الطلب و النظر أو لم يضطر البحث إلى النظر فيها و لم ينقل إلى لساننا كلامهم.

و أما المتأخر فقد عن لهم تحليل المقدمة استعملها أرشميدس في الرابعة من الثانية في الكرة و الأسطوانة بالجبر فنادى إلى كتاب و أموال و أعداد متعادلة فلم يتفق له حلها بعد أن أنكر فيها ملي فجزم بأنه ممتنع حتى تبعه أبو جعفر الخازن و حلها بالقطوع المخروطية ثم افتقر بعده جماعة من المهندسين إلى عدة أصناف منها فبعضهم حل البعض انتهى.

قال في مدينة العلوم و من الكتب المختصرة فيه نصاب الجبر لابن فلوس المارديني، و المفيد لابن المحلي الموصلي.

و من المتوسطة كتاب الظرف للطوسي.

و من المبسوطة جامع الأصول لابن المحلي و الكامل لأبي شجاع بن أسلم و برهن السمّوك على مسائله بالبراهين العددية و الهندسية، و أرجوزة ابن الياسمين و شرحه مختصر نافع أورد فيه ما لا بد منه.

و من الرسائل الوافية بالمقصود رسالة شرف الدين محمد بن مسعود بن محمد المسعودي.(أبجد العلوم ؛ ج ٢ ؛ ص ١٧٥-١٧٦)

پیشینۀ علم جبر

مسائلی که یافتن مقدار مجهول در آنها به حل معادلات جبری از درجۀ اول و دوم، و گاه از درجات بالاتر و حتی به حل دستگاهی از معادلات، منجر می شود، از گذشتۀ بسیار دور در تمدنهای گوناگون شناخته بوده است و برخی از مورخان ریشۀ این مسائل را به دورانهای پیش از تاریخ می رسانند (وان در وردن سراسر کتاب). مصریان باستان با دستور العمل (الگوریتم) حل معادلات درجۀ اول آشنا بودند (بابلیها، از حدود سال ۱۷۰۰ق م، نه تنها راه حل معادلات درجۀ اول و دوم را می شناختند (نوی گبوار، 40-42)، بلکه برخی از معادلات از درجات بالاتر، و حتی حالات خاصی از معادلات درجۀ هشتم، را حل می کردند (همو، 48). با این حال، آنچه از این تمدنها به دست ما رسیده، فقط مجموعه‌هایی از مسائل عددی است. راه حلها، هرچند در مورد معادلات درجۀ اول و دوم کلیت دارند، در مورد مسائل عددی خاص بیان می شوند و معلوم نیست به چه طریق به دست آمده‌اند و در مسائلی که درجۀ آنها از دو بیشتر است دستورهای حل معادلات تنها در مورد مسائل خاص کاربرد دارند.

از عصر زرین ریاضیات یونانی (سده‌های ۵-۳ق م)، هیچ اثری در زمینۀ جبر به دست ما نرسیده است و می‌توان گفت که این علم در دوران یونانی شناخته نبوده است. علاقۀ ریاضیدانان یونانی به برهان دقیق، و نیز کشف کمیات ناهمسنجه توجه ایشان را یکسره به هندسه معطوف کرده بوده است. نظریات فلسفی یونانیان دربارۀ تقسیم‌پذیری کمیات را می‌توان یکی دیگر از عوامل دانست که راه را بر پیدایش علم جبر می‌بست. در فلسفۀ یونانی، به صورتی که در آثار ارسطو آمده است و تأثیر آن در آثار ریاضیدانان یونانی چون اقلیدس و ارشمیدس و آپولونیوس دیده می‌شود، کمیتها به دو دستۀ کاملاً متمایز تقسیم می‌شوند: ۱. اعداد، که منظور از آن اعداد طبیعی است؛ ۲. مقادیر، که کمیات هندسی (طول و سطح و حجم) و زمانند. در این تقسیم‌بندی مفهوم کلی «عدد حقیقی» (شامل اعداد گویا و گنگ) وجود ندارد، اعداد گویا (کسرها) به صورت «نسبت»هایی میان اعداد طبیعی تعریف می‌گردند و موجوداتی که امروزه عدد گُنگ نامیده می‌شوند، با پاره‌خط، و نسبت میان آنها با نسبت میان پاره‌خطها، نمایش داده می‌شود. با این حال، وجود برخی روشها در کتاب آپولونیوس (سدۀ ۳ق م) و برخی از قضایای در مقالات دوم و ششم و دهم کتاب اصول اقلیدس (تألیف ح ۳۰۰ق م) گروهی از مورخان را معتقد کرده است که یونانیان از نوعی جبر هندسی استفاده می‌کرده‌اند. اصطلاح «جبر هندسی» را نخستین بار ریاضیدان دانمارکی زوتن در کتاب خود به نام «نظریۀ مقاطع مخروطی در دوران باستان» ابداع کرده است. زوتن دریافت که در کتاب دوم اقلیدس، آپولونیوس، خواص اصلی مقاطع مخروطی از راه عملیاتی بر روی پاره‌خطها از یک سو، و سطوح از سوی دیگر، بیان شده است که همان خواص جمعی و ضربی را دارند که امروزه در کتابهای جبر آموخته می‌شود (وان در وردن، 75).

هواداران نظریۀ جبر هندسی معتقدند که برخی از قضایای کتاب دوم اقلیدس بیان هندسی پاره‌ای از روابط و اتحادهای جبری است و برخی از ترسیمهای این کتاب در واقع صورت مبدل معادلات جبری‌اند (اونگوراو، 389). مثلاً اگر در قضیۀ اول از مقالۀ دوم اقلیدس (اصول : هیث، I/ 375)، پاره‌خطها را با a و b و c و ... نمایش دهیم، این قضیه خاصیت پخش‌پذیری جمع نسبت به ضرب، یعنی رابطۀ a (b+c+...) = ab+ac+... را بیان می‌کند. همچنین اگر در قضیۀ چهارم از مقالۀ دوم (اقلیدس، I/ 379) طول دو پاره‌خط را با نمادهای a و b نمایش دهیم، این قضیه با اتحاد جبری (a+b)2 = a2+b2+2ab معادل است. همچنین

برخی از ترسیمات هندسی مقال ششم کتاب [illegible]، II/ 257-367) نیز، هرگاه به زبان نشانه‌های جبری ترجمه شوند، به حل معادلاتی از درج یکی و دو منجر می‌شوند. اما چنین تعبیری مستلزم اعتقاد به آن است که هر طولی را می‌توان با عددی نمایش داد، در حالی که در سنت یونانی هرچند هر عددی را با طولی نمایش می‌دادند، معتقد نبودند که عکس این عمل هم مجاز است و در برابر هر طولی هم عددی وجود دارد. به این دلیل است که اقلیدس این مسئله را از راه هندسی محض حل می‌کند.

به همین دلیل، چه در [illegible] دوم و چه در [illegible] آپولونیوس، مساحت مستطیل هیچ گاه به صورت حاصل ضرب اضلاع آن نشان داده نمی‌شود، بلکه مساحت هر شکل با مساحتی دیگر سنجیده می‌شود. از این رو، هرچند آپولونیوس، در [illegible] مقاطع مخروطی را از طریق مفهومی به نام نشانه بررسی می‌کند که به مفهوم امروزی معادله مقطع مخروطی بسیار نزدیک است، با این حال، وی همواره نشان را به صورت برابری دو سطح بیان می‌کند. بنا بر این، تعبیر جبری قضایای فوق توجیهی ندارد. همچنین است مقاله دهم [illegible] بسیاری از قضایای پیچیده آن، به زبان جبری، معادل با گویا کردن اعداد گُنگ است. با این حال، مسئله جبر هندسی یونانی و بویژه تعبیری مقالات «جبری» کتاب اقلیدس، در میان موراخان ریاضیات همچنان مورد بحث است. گروهی از موراخان ریاضیات مانند هیث و نویگباور و وان در وردن به وجود جبر هندسی یونانی باور دارند و حتی مانند آندره وی، ریاضیدان بزرگ فرانسوی (۱۹۰۶-۱۹۸۸م/ ۱۲۸۵-۱۳۶۷ش)، معتقدند که محتوای مقالات هفتم و هشتم و نهم «عمدتاً چیزی جز جبر (جبر ـ حلقه اعداد صحیح) نیست» (وی،448). گروهی دیگر که بیشترشان به نسل جدیدتری از موراخان ریاضی تعلق دارند، کاربرد این اصطلاح و حتی سخن گفتن از وجود جبر در دوره یونانی را روا نمی‌دانند.

در این میان یک استثناء مهم وجود دارد و آن [illegible] اسکندرانی است (نک : مل). موضوع این کتاب که تاریخ دقیق تألیفش معلوم نیست، اما احتمالاً در سده ۳م تألیف شده (هیث، II/448)، «لوژیستیکی ای شاخه محاسباتی حساب است که در حل مسائل عملی از آن استفاده می‌شود» (زندگینامه...، IV/ 111). در ریاضیات یونانی، «لوژیستیکی» که مجموعه‌ای از فنون محاسبه بود، معمولاً در مقابل «فن حساب قرار می‌گرفت که دانشی برهانی محسوب می‌شد. [illegible] مقاله ۷ در مقاله بوده که اصل یونانی مقالات اول تا سوم و ترجمه عربی ۴ مقاله دیگر آن در دست است (نک : مآخ دیوفانتوس، [illegible])

این کتاب مجموعه‌ای است از مسائل معین (معادلات یکمجهولی، یا دستگاه‌هایی از معادلات که شمار مجهولات آن‌ها به تعداد معادلات است)، و مسائل نامعین (سیال، یا دستگاه‌هایی از معادلات که شمار مجهولات آن‌ها بیش از تعداد معادلات است). دیوفانتوس در تنظیم این معادلات ترتیب خاصی را رعایت نکرده است. وی در مورد هر معادله یا هر دستگاه از معادلات، راه حل را عرضه می‌کند و در مورد معادلات سیال جواب‌های گویا را به دست می‌آورد و در این کار غالباً به تغییر هوشمندانه متغیرها و روش‌های بدیع برای کاستن از درجه معادلات متوسل می‌شود («زندگینامه»، همانجا). گذشته از این دیوفانتوس نام‌هایی برای توان‌های مختلف اعداد ابداع کرده است و نیز نخستین نشانه‌های مختصرنویسی در جبر (انتخاب برخی از حروف الفبای یونانی برای نمایش توان‌های مجهول) در کار او دیده می‌شود. همچنین، دیوفانتوس دو عمل را تعریف می‌کند که برای ساده کردن معادلات انجام می‌گیرند (وان در وردن، 98). یکی از این دو عمل بعدها در کتاب خوارزمی «جبر» و دیگری «مقابله» نام می‌گیرد (EI2, II/ 361). با این حال، تفاوت‌های میان اثر دیوفانتوس و خوارزمی به اندازه‌ای است که این دو کتاب را نمی‌توان متعلق به یک سنت دانست و اطلاق «جبر» بر محتوای اثر دیوفانتوس درست نیست (راشد، «خوارزمی...»، ۶۱-۶۴).

خوارزمی و پیدایش علم جبر: نخستین اثر مستقل در جبر کتابی است از محمد بن موسی خوارزمی که به [illegible] است (نجات کلام [illegible] مختصر» در عنوان آن دیده نمی‌شود) و چنانکه در کتاب آمده، در

زمان خلافت مأمون (بین سالهای ۱۹۸-۲۱۸ق/ ۸۱۴-۸۳۳ م)تألیف شده است (ص ۱۵-۱۶). با اینکه خوارزمی تصریح میکند (ص ۱۶) که هدف او نوشتن کتابی است که در مسائل عملی مربوط به تقسیم میراث و مسّاحی و تجارت به کار آید ــ و بخشهایی از کتاب نیز به این گونه مسائل اختصاص دارد ــ اهمیت این کتاب عمدتاً در ارزش نظری آن است؛ زیرا در این کتاب است که جبر ــ به صورت علمی مستقل با واژگان و مفاهیم و روشهای خاصی که آن را از حساب، به معنای چهار عمل اصلی و اعمالی چون جذرگیری از اعداد صحیح و مثبت، و هندسه متمایز میکنند ــ متولد میشود. این امر از روشی که خوارزمی در معرفی موجودات جبری به کار میبرد پیداست.

خوارزمی از روی قیاس با اعداد یکرقمی و دورقمی در دستگاه دهگانی، موجوداتی را که در علم جبر به کار میروند، تعریف میکند. این موجودات عبارتاند از «شیء» (مقدار مجهول ای x) که به قیاس با ضریب بخش دهگانی (ضریب ۱۰) در یک عدد دورقمی ساخته میشود؛ «مال» (توان دوم مقدار مجهول ای x۲) که به قیاس بخش صدگانی (ضریب ۱۰۲) در یک عدد صدگانی ساخته میشود، و عدد ای «درهم» (مقدار معلوم)، که متناظر است با ارقام ۱ تا ۹ در سلسلهٔ اعداد دهگانی. به این ترتیب، موجودات جبری شکل تعمیمیافتههای از اعداد حسابی به نظر میآیند. سپس خوارزمی به تقسیمبندی معادلاتی میپردازد که از ترکیبهای مختلف این موجودات با یکدیگر حاصل میشود. به این طریق ۶ دستهٔ معادله، از درجات اول و دوم، به دست میآید (همهٔ این اعمال به صورت لفظی بیان میشوند نک : ه د، خوارزمی، محمدبن موسی):

$x^2 = ax$ (۳) $x^2 = a$ (۲) $ax = b$ (۱)
$x^2 + a = bx$ (۶) $x^2 = ax + b$ (۵) $x^2 + ax = b$ (۴)

ضریبهای a وb همواره اکیداً مثبت (مثبت و مخالف صفر)اند. در نمونههایی که خوارزمی ذکر میکند، همهٔ ضرایب اعداد صحیحاند، اما چنانکه خواهیم دید، جانشینان او معادلاتی با ضرایب کسری و حتیٰ گُنگ را هم درنظر میگیرند.

این ۶ معادله، در واقع تمامیِ حالات معادلات درجهٔ اول و دوم را، به شرط مثبت بودن ضرایب، نشان میدهند. چنانچه معادلهای به غیر از یکی از این ۶ صورت داده شده باشد، آن را با یکی از دو عمل «جبر» ای «مقابله»، ای با هردو عمل، به یکی از این ۶ صورت نرمال تبدیل میکنیم. همچنین هرگاه ضریب ۲x عددی مخالف یک باشد، با تقسیم طرفین معادله به این عدد، معادله به صورت نرمال درمیآید.

از این معادلات یکی (شم ۱) از درجهٔ اول و یکی دیگر (شم ۳) قابل تبدیل به معادلهٔ درجهٔ اول است. حل معادلهٔ شمارهٔ ۲ به استخراج جذر یک عدد منجر میشود. در مورد ۳ معادلهٔ دیگر، خوارزمی دستور (الگوریتم) کلیِ حل معادله را به دست میدهد، منتها در مورد هر معادله این الگوریتم را با استفاده از یک مثال که آن را «باب» (الگو) مینامد، به کار میبرد. به عنوان مثال، ریشهٔ معادلهٔ شمارهٔ ۴ از رابطهٔ

به دست میآید. این معادله همواره یک جواب مثبت دارد. در مورد معادلات شمارهٔ ۵ و شمارهٔ ۶ روش خوارزمی اساساً یکسان است، جز اینکه در مورد معادلهٔ x۲+a=bxقید میکند که معادله ممکن است دو جواب مثبت داشته باشد، یا جواب نداشته باشد.

جبر دوجملهایها

بخش دیگری از کتاب خوارزمی که کمتر مورد توجه قرار گرفته، و با این حال، از لحاظ تحول ِعلم جبر بسیار حائز اهمیت است، بخشی است که به بیان ۳ عمل اصلی ِجمع، تفریق و ضرب بر روی دو جمله‌ایها اختصاص دارد (ص ۲۷-۳۰). خوارزمی ابتدا به بیان قواعدی در مورد جمع و تفریق یکجمله‌ایها می‌پردازد. برای بیان قواعد ضرب ِدوجمله‌ایها، وی هر دوجمله‌ای را به صورت یک عدد دورقمی در مبنای x در نظر می‌گیرد، و آنگاه قواعد ضرب دو عدد دورقمی در مبنای ۱۰ را دربار این عدد دورقمی در مبنای به کار می‌برد (نک : ه د، خوارزمی، محمدبن موسی). این بخش از کار خوارزمی بعدها به دست کَرَجی و ریاضیدانان مکتب او توسعه یافت.(سایت دائرة المعارف بزرگ اسلامی، مدخل جبر)

دکتر حسن ضیائینیا، استاد دانشکده فنی و حرفه‌ای منتظری مشهد، دانش‌آموخته فیزیک هسته‌ای و مسئول هیات داوران جشنواره خوارزمی در زمینه تأثیرپذیری علم جبر از فضای اسلام و فقه اسلامی می گوید: ریاضیات به همان مسیری ختم می‌شود که با فلسفه دین همسو است؛ در واقع ریاضیات مجموعه روشهایی است که با خرد ناب ایجاد شده و ابزاری برای درک حقایق هستی است. خداوند هستی را معماری کرده و این معماری خارج از قواعد خرد ناب نیست. شخصیت علمی بزرگان دین و کتاب آسمانی ما نیز این وحدت را نمایانگر است. به همین جهت لازم است در آموزش ریاضیات و علوم دیگر به این هدف متعالی توجه ضمنی داشت.

وی اظهار کرد: در واقع اگر دانشی نتواند ما را با حقیقت هستی آشنا کند، رسالت خویش را به فرجام نرسانده است. به عنوان مثال در معماری هستی حقایق هندسی پیچیده‌ای وجود دارد که در کیهان‌شناسی معاصر به آن پرداخته شده و رسالت بخشی از ریاضیات شناخت همین پیچیدگیها و حقایق نهان در ذات هستی است.

اسلام؛ عامل توسعه ریاضیات

ضیائینیا با اشاره به زمینه‌های پیشرفت علوم ریاضی در تاریخ تمدن اسلامی اظهار کرد: یکی از مهمترین دلایل پیشرفت ریاضیات به معنای عام آن در تاریخ تمدن اسلامی، فقه و احکام دین اسلام است. در حقیقت اسلام و احکام آن موجب توسعه ریاضیات و علوم وابسته به آن شد. با نگاهی به کتب بزرگ ریاضیات پس از اسلام می‌توان دریافت که بسیاری از قواعدی که موجب بسط و توسعه ریاضیات شد، به احکام اسلامی مانند تجارت، ارث، تعیین اوقات شرعی قبله یابی و... بازمی گردد. به عنوان نمونه در زمینه ارث برخی معادلات به گونه ای بود که ریاضیات زمان از عهده پاسخ آن بر نمی آمد و به همین جهت فنون حل این نوع معادلات توسعه یافت.

استاد دانشگاه فنی و حرفه‌ای مشهد اضافه کرد: برای اثبات این مدعی کافی است نگاهی به **مقدمه کتاب الجبر والمقابله** محمد ابن موسی خوارزمی ریاضیدان معاصر امام رضا (ع) بیندازیم. خوارزمي در مقدمه رساله جبر ومقابله خويش پيرامون انگيزه اش در تدوين اين كتاب مي نويسد «مامون مرا تشويق كرده است اخري كوتاه درباره محاسبات به كمك جبر والمقابله تصنيف وآن را به ساده‌ترين و سودمندترين موارد در علم حساب محدود كنم، از آن قبيل كه **مردمان مداوم در قضاياي ارث، وصايا، انحصار وراثت، دعاوي حقوقي، تجارت و در تمام داد و ستدهاي آنها با هم بدانها نيازدارند يا هر جا كه اندازه‌گيري زمين، كندن آبراهه‌ها، محاسبات هندسي و ديگر مقاصد از هر نوع و هر قبيل كه مطمع نظر باشد**».

ضیائینیا اضافه کرد: نمونه دیگر، تعیین زمان برای نماز گزاردن در اقلیمهای مختلف بود. این امر نیازمند رصد حرکات خورشید بود که احتیاج به ریاضیات ، مثلثات و هندسه را توجیه می کند. همچنین پیدا کردن موقعیت قبله امری است که در اقلیم های مختلف به مساحی و نقشه کشی نیاز دارد. به طور کلی شرع اسلام در زمینه‌های مختلفی مانند ارث، تجارت، جهت یابی، مواقیت خاص و... به گونه ای است که نیازمند ریاضیات بود و دانشمندان بزرگ آن زمان به ریاضیات به

این دلیل پرداختند که فقه و شرع به درستی اجرا شود. هنگامی که این مسایل برطرف میشد، هر باب از علم ریاضی بابهای دیگری را میگشود و مسایل جدیدی را ایجاد می کرد.

وی تاکید کرد: در حقیقت این ذات قوانین شرع مبین اسلام است که موجب توسعه علوم گردید.(سایت ایکنا، گفتگو با محور ریاضی؛ ابزاری برای درک حقایق هستی)

مقصود ایشان از مقدمه کتاب این عبارت است: الفت من کتاب الجبر و المقابلة کتابا ًمختصرا حاصرا ًللطیف الحساب و جلیله لما یلزم الناس من الحاجة الیه فی مواریثهم و وصایاهم و فی مقاسمتهم و احکامهم و تجاراتهم و فی جمیع ما یتعاملون به بینهم من مساحة الاراضین و کری الانهار و الهندسة و غیر ذلک من وجوهه و فنونه(کتاب الجبر و المقابلة، ص ۱۶)

ادامه عبارت او نیز جالب توجه و حاکی از فهم عمیق اوست:

و انی لما نظرت فی ما یحتاج الیه الناس من الحساب وجدت جمیع ذلک عددا ًو وجدت جمیع الاعداد انما ترکبت من الواحد و الواحد داخل فی جمیع الاعداد، و وجدت جمیع ما یلفظ به من الاعداد ما جاوز الواحد الی العشرة یخرج مخرج الواحد ثم تثنی العشرة و تثلث کما فعل بالواحد فتکون منها العشرون و الثلاثون الی تمام المائة، ثم تثنی المائة و تثلث کما فعل بالواحد و بالعشرة الی الالف ثم کذلک تردد الالف عند کل عقد الی غایة المدرک من العدد(همان)

[3] (ب): يجوز استثناء الجزء المعلوم في أحد العوضين، فيكون الآخر في مقابلة الباقي. فلو قال: بعتك هذه السلعة بأربعة إلّا ما يساوي واحدا بسعر اليوم قال الشيخ : يبطل مطلقا للجهالة، و الوجه ذلك، إلّا أن يعلما بسعر اليوم. و لو قال: إلّا ما يخصّ واحدا قال : يصحّ في ثلاثة أرباعها بجميع الثمن، و الأقرب عندي البطلان، لثبوت الدور المفضي إلى الجهالة، **فإن علماه بالجبر و المقابلة أو غيرهما** صحّ البيع في أربعة أخماسها بجميع الثمن.

و لو باعه بعشرة و ثلث الثمن فهو خمسة عشر، لأنّ الثمن شيء يعدل عشرة و ثلث شيء، فالعشرة تعدل ثلثي الثمن. و لو قال: و ربع الثمن فهو ثلاثة عشر و ثلث. و لو قال: إلّا ثلث الثمن فهو سبعة و نصف.(قواعد الأحكام في معرفة الحلال و الحرام؛ ج2، ص: 27)

مفتاح الکرامه به تناسب توضیح این مطلب، وارد بیان اصطلاحات اختصاصی علم جبر شده است و می فرماید:

أمّا الجبر فلا بدّ قبل بيان تحصيل العلم- من معرفة معناه و معنى المقابلة و معنى المعادلة و بيان اصطلاحات في المقام.

فالجبر عبارة عن تكميل الناقص و عن الزيادة على المقابل، ففي مثالنا هذا السلعة إلّا شيئا تعدل أربعة أشياء، فالجبر أن تكمل السلعة و تسقط الاستثناء فتصير السلعة تامّة، و تزيد مثل ذلك الشيء الذّي تمّمنا به السلعة على معادلها الذّي هو الأربعة أشياء، فتصير الأربعة أشياء أربعة و شيئا و السلعة تامة، و هذا العمل كلّه يسمّى جبرا.

و أمّا المقابلة فهي إسقاط الأجناس المتجانسة في الطرفين لتحصل المعادلة.

و لنوضح ذلك في عنوان المثال، فنقول مثلا: شيئان و عشرة تعادل أربعين فتسقط العشرة من كلّ واحد من المتعادلين يبقى في الأوّل شيئان و في الثاني ثلاثون و هو معنى المقابلة، فإذا حصلت المقابلة حصلت المعادلة و هي إمّا بين جنس و جنس و هي ثلاث مسائل، لأنّ الأجناس في الجبر و المقابلة محصورة في ثلاثة أشياء:

و هي الشيء و المال و العدد. فالمسألة الاولى عدد يعدل شيئا، و الثانية أشياء تعدل أموالا، الثالثة أموال تعدل عددا. و إمّا بين جنس و جنسين و هي ثالثة أيضا:

الاولى عدد يعدل أشياء و أموالا، الثانية أشياء تعدل أموالا و أعدادا، الثالثة أموال تعدل عدد أو أشياء.

و هذه الستّ هي الجبريات الّتي انتهت إليها أفكار القدماء، و إن كان الجمشيدي زاد نيفا و تسعين، و بهذا قيل: إنّ إمام أهل الحساب، و هذا حديث إجمالي و العمل و التفصيل موكول إلى فنّه.

و أمّا بيان الاصطلاحات الّتي يتوقّف عليها الجبر و المقابلة فهو أنّ المجهول معرفته يسمّى شيئا، و إذا ضرب الشيء في الشيء يسمّى الحاصل مالا، و إذا ضرب المال في المال سمّيناه كعبا، و إذا ضرب المال في الكعب سمّيناه مال المال، و إذا ضرب المال في مال المال سمّيناه مال الكعب، و في مال الكعب سمّيناه كعب الكعب، و هكذا، فتاسع المراتب كعب كعب الكعب، و الكلّ متناسبة صعودا و نزولا، فنسبة مال المال إلى الكعب كنسبة الكعب إلى المال و المال إلى الشيء و الشيء إلى الواحد و الواحد إلى جزء الشيء و جزء الشيء إلى جزء المال و هكذا(مفتاح الكرامة في شرح قواعد العلامة (ط - الحديثة)؛ ج13، ص: 249-251)

برای بررسی تفصیلی این مبحث نیز به پیوست شماره ۱۰ مقاله بایستگی های حوزوی در عصر حاضر مراجعه فرمایید.

[4] جلسه خارج فقه، مبحث رؤیت هلال، تاریخ ۵/ ۱۱/ ۱۴۰۰

برای بررسی تفصیلی جایگاه ریاضیات در علوم حوزوی به مقاله «جایگاه ریاضیات در نظام آموزشی حوزه های علمیه» مراجعه فرمایید.

بازبینی #2
ایجاد شده 13 مارس 2025 12:27:07 توسط ... .
به روزرسانی شده 13 مارس 2025 12:31:22 توسط ... .