یک مثال:

منظره استاد با آتئیست

یک منظره‌ای بود با یک شخصی که بحث‌های آتئیستی داشت. برای جواب او، من یک عبارتی را که متن اصلی هم بود، از یکی از بزرگان علم منطق جدید آوردم به نام آقای "گودل[1]". [گودل، منطقیدان معروف قرن بیستم بود. شاید می‌گویند از سرآمد منطقیّون تمام تاریخ باشد، بعضیها این قدر به او عقیده دارند. در قرن بیستم خیلی کارهای مهمی انجام داد[2].]

اینجا مجبور شد که بگوید این "**گودل**" نبوغ داشته است، امّا این هایی که نبوغ دارند، معمولاً یک رگ دیوانگی هم در آنها هست[3].

سخن گودل: شهود عقلی عناصر ریاضی

این جواب چه معنایی می‌دهد؟ شما بگویید که این جواب یعنی چه؟! این جواب یعنی این که وقتی می‌بیند برای او این حرف را از یک نابغه‌ای به‌عنوان سند آوردید، دیگر به پرت و پلاگویی زده است. آیا این حرف او از دیوانگی است؟! حرفی درست است ولی چون او دیگر نتوانست چیزی بگوید، نیامد بگوید که این شخص، آخوندی است که من کجا مثل او را قبول داشته باشم و دارم! چون نتوانست چیزی بگوید، آن جهت را بیان کرد. ولی دیگر نوع کسانی که آن طرفی هستند و گودل‌شناس هستند، این حرف او را قبول نمی‌کنند. می‌بینند که دیگر به هوچی بازی روی آورد.

خیلی حرف بزرگی است. می‌گوید: «چطور ما در این دنیا هستیم، چشم باز می‌کنیم، الآن با دیوار و در و هوا و خورشید مشکل نداریم. بابا عقل ما چشم باز می‌کند، دارد عناصر ریاضی را می‌بیند[4]». چون تخصص او در این چیزها بوده است، درست هم می‌گوید. می‌گوید: «دیدن با دیدن چه فرقی می‌کند؟». ببینید چه حرف قشنگی می‌زند! می‌گوید: «من دارم موجودات مثالی ریاضی را می‌بینم. دارم می‌بینم. وقتی که دارم می‌بینم، خُب، اینجا خورشید می‌بینم، آنجا هم دارم آنها را می‌بینم. دیدن با دیدن چه فرقی دارد؟»

[شما چشم باز می‌کنید، محسوسات را می‌بینید، در آزمایشگاه فیزیک می‌روید. همانطور شروع به فکر کردن می‌کنید و با چشم عقلتان مسائل ریاضی را کشف می‌کنید. آخر دیدن با دیدن چه فرقی می‌کند؟ یعنی آن هم یک موطنی است. می‌گوید من تعجب می‌کنم این ها وقتی چیزی را در آزمایشگاه می‌بینند، قبول دارند. چه کسی این حرف را می‌زند؟ کسی که دیده است. دارد می‌بیند که این عناصر ریاضی وجود مثالی دارند و بند به من نیستند. من می‌روم و آن ها را کشف‌شان می‌کنم. چطور می‌روم در آزمایشگاه به مشاهدات فیزیکی دست پیدا می‌کنم؟ در تمرکزات ریاضی هم می‌روم و در شهودهای ریاضی، آن عناصر مثالی ریاضی را می‌بینم[5].]

خیلی جمله خوبی است. خیلی عالی و درست است. واقعاً چشم عقل می‌بیند. حالا به‌خصوص این مطلب در فضای ریاضیّات، بیشتر قابل توضیح است. در علوم دیگر سخت است. در علوم انسانی و در علومی مثل فلسفه سخت است، امّا در علوم ریاضی اینگونه نیست که سخت باشد. این حرف

وا، خیلی بیان روشنی دارد[6].[یعنی واقعاً کسی هم که در ریاضیات از سر ذوق الهی جلو برود، چشمش می‌بیند. نمی‌شود ریاضیدانی ذوق ریاضی داشته باشد، جلو برود و بعد برگردد و نگاهی به فلسفه ریاضی و مبادیاش بکند و براش واضح نباشد که موجودات ریاضی افلاطونی و مثالیاند و به وجود ریاضی موجودند. اصلاً نمی‌شود این را نفهمد. به راحتی این‌ها را می‌فهمد[7].

لذا خود همین گودل صریحاً می‌گوید: ما این موجودات مثالی را می‌بینیم، چطور من اینجا این کتاب را می‌بینم قبول می‌کنیم، شما می‌گویید تجربه است، چشم من هم دارد آن قاعده فیثاغورث را به عنوان یک چیزی که واقعیت دارد می‌بیند. به عنوان اینکه همه ریاضیدان‌ها با زحمت دنبالش می‌روید و کشفش می‌کنیم. چطور ده تا کوه‌نورد می‌روند قله کوه را فتح می‌کنند، نمی‌گویید که خیالات است، می‌گویید تجربه است؛ رفتند و به آن رسیدند. آن هم ده‌ها ریاضیدان می‌روند و یک فرمول را کشف می‌کنند و خوشحال می‌شوند. شما می‌گویید که هیچی؟! خب چشم این‌ها دارد یک چیزی را می‌بیند. و حال آن که نه جایی رفتند، نه کهکشانی سیر کردند. در عالم جرم و انرژی که نرفتند. کدام ریاضیدان است که احساس کند وقتی برای حل مسائل ریاضی می‌کند بین‌هایت‌ها را دارد سیر می‌کند، بگوید که من دارم انرژی و ماده سیْر می‌کنم. ابداً این‌چنین نیست. پشتوانه تفکرش و معدّش می‌تواند این باشد، اما آنچه را که او می‌یابد، اثبات می‌کند، درک می‌کند که اصلاً سنخ ماده و انرژی نیست. این یک چیز واضحی است[8].]

خُب، ناظری که دارد این حرف او را می‌شنود که بگوید یک رگی از جنون دارد، دیگر متوجه می‌شود که دارد هوچی بازی در می‌آورد!

---

[1] کورت گودل (به آلمانی: Kurt Gödel) (/????rdəl/) آلمانی: [?k???t ??ø?dl?] (زاده‌ٔ ۲۸ آوریل ۱۹۰۶ در شهر برنو در پادشاهی اتریش-مجارستان،– درگذشته‌ٔ ۱۴ ژانویه ۱۹۷۸ در پرینستون، نیوجرسی ایالات متحده آمریکا) ریاضیدان، منطقدان و فیلسوف اتریشی بود. قضایای ناتمامیت گودل یکی از دستاوردهای برجسته ریاضیات قرن بیستم است.

زندگینامه

گودل در سن دوازده سالگی و زمانی که امپراتوری اتریش-مجارستان از هم پاشید، خودبخود تابعیت چکسلواکی یافت اما در ۲۳ سالگی خود تابعیت اتریش را پذیرفت. او را در خانه به خاطر کنجکاوی سیری ناپذیرش به نام «آقای چرا» می‌شناختند. گودل در ۱۸ سالگی وارد دانشگاه وین شد. تا آن زمان او بر ریاضیات دانشگاهی مسلط شده بود. گرچه در ابتدا قصد داشت فیزیک نظری بخواند، در کلاس‌های ریاضی و فلسفه هم حاضر می‌شد. او که در این زمان به واقعیت‌گرایی در ریاضیات تمایل داشت، «اصول مابعدالطبیعی علوم طبیعی» کانت را خوانده بود و در جلسات حلقه‌ٔ وین با حضور شلیک، کارنپ و هانس هان شرکت می‌کرد. او در جلساتی که در حضور شلیک کتاب «مقدمه‌ای بر فلسفه ریاضی» راسل را می‌خواندند، به منطق ریاضی علاقه‌مند شد. او منطق ریاضی را علمی مقدم بر علوم دیگر می‌دانست که شامل اصولی بود که بنای علوم دیگر بر آن استوار بود.

حضور گودل در سخنرانی واید هیلبرت درباره‌ٔ تمامیت و سازگاری نظام‌های ریاضی زندگی او را تغییر داد. در سال ۱۹۲۸، هیلبرت و آکرمن اصول منطق ریاضی را منتشر کردند که مقدمه‌ای بر منطق مرتبه اول بود و مسئله تمامیت به عنوان پرسشی در آن مطرح شده بود: آیا اصول موضوعه یک نظام برای استنتاج همه جملات درست در هر مدل از آن نظام کافی اند؟ این موضوعی بود که گودل برای تحقیقات دکترایش انتخاب کرد. در ۱۹۲۹، در سن ۲۳ سالگی، تز دکترایش را با راهنمای

هان‌س هان تمام کرد. در تز دکترای‌ش، گودل تمامیت حساب محمولات مرتبه اول را اثبات کرده بود. در سال ۱۹۳۱ و زمانی که هنوز در وین بود قضای ان‌تمامیت را منتشر کرد. او اثبات کرده بود که برای هر نظام اصل موضوعی محاسبه‌پذیر، چنان‌که بتوان اصول موضوعه پئانو را در آن بیان کرد:

اگر این نظام سازگار باشد، نمی‌تواند تمام باشد.

سازگاری این نظام را نمی‌توان در خود آن اثبات کرد.

این قضیه به نیم قرن تلاش برای بنای تمام ریاضیات بر مجموعه‌ای از اصول موضوعه که با فرگه آغاز شده بود و با اصول ریاضی راسل و فرمالیسم هیلبرت به اوج خود رسیده بود پایان داد.

گودل با دو قضای ان‌تمامیت شهرت دارد، که درست یک سال بعد از اخذ مدرک دکترا از دانشگاه وین در سال ۱۹۳۱ (یعنی در سن ۲۵ سالگی وی) به چاپ رسید. او همین‌طور نشان داد که فرضیه پیوستار را نمی‌توان به وسیلهٔ اصول پذیرفته شده در تئوری مجموعه‌ها، به فرض پایداری آن اصول، باطل کرد. او سهم عمده‌ای برای اثبات تئوری به وسیلهٔ تبیین ارتباط بین منطق کلاسیک، منطق شهودگرا و منطق وجهی داشت.

گودل در ۳۳ سالگی برای گریز از مشکلات جنگ جهانی دوم از طریق راه‌آهن سراسری سیبری به ژاپن و از آنجا به سان‌فرانسیسکو و ایالات متحده آمریکا کوچید و تا پایان عمر در آن کشور باقی ماند. او در سال ۱۹۴۶ به عضویت دائم مرکز تحقیقات پیشرفته پرینستون درآمد. در این زمان از انتشار مقاله دست کشید ولی به تحقیقاتش ادامه داد، تا این که در سال ۱۹۷۶ بازنشسته شد. او رفته رفته به فیزیک و فلسفه علاقه‌مند شد و به مطالعه لایب‌نیتس روی آورد و بر این عقیده بود، که توطئه‌ای باعث شده‌است، که برخی کارهای لایب‌نیتس ان‌شان‌اخته بماند. او همچنین به مبزان کمتری آثار کانت و هوسرل را مطالعه کرد. در اوایل دههٔ ۱۹۷۰ (میلادی) نسخه‌ای از برهان وجودی آنسلم را میان دوستانش توزیع کرد که به برهان وجودی گودل معروف است.

سال‌های پایانی

در اواخر زندگی‌ش، گودل دچار بی‌ثباتی روانی و به‌خصوص ترس شدید و بیمارگونه‌ای شد از این که به او سم خورانده شود. به همین دلیل تنها از غذاهایی که همسرش، آدله، برایش تهیه می‌کرد می‌خورد، آن هم به این شرط که خود او اول غذا را امتحان می‌کرد. در سال ۱۹۷۷ آدله بیمار و شش ماه در بیمارستان بستری شد و بنا بر این دیگر قادر نبود، غذایش را تهیه کند. در این مدت گودل از خوردن دست کشید، تا آن که از گرسنگی تلف شد؛ در حالی که وزنش به ۳۰ کیلوگرم رسیده بود. گواهی فوت او در بیمارستان پرینستون علت مرگش را سوءتغذیه ناشی از اختلال شخصیت ذکر می‌کند.

دیدگاه‌های مذهبی

کورت گودل خدا باور بود و به مسیحیت اعتقاد داشت. دیدگاه‌های مذهبی او با نظرات دوستش آلبرت اینیشتین تفاوت داشت. او به‌طور جد به زندگی پس از مرگ اعتقاد داشت و بیان کرده بود: من به این که زندگی پس از مرگ وجود دارد، مستقل از هر الهیاتی، اعتقاد دارم. اگر که دنیا بر پایه عقلانیت ساخته شده و معنادار است پس حتماً باید چنین چیزی [زندگی پس از مرگ] وجود داشته باشد.

او در نامه‌های ارسال نشده، در پاسخ به سؤالی، خود را مسیحی تعمید شده معرفی می‌کند و می‌نویسد: من به خدایی دارای شخصیت باور دارم، نه خدایی که بدون شخصیت است و آن‌آگاهانه عمل می‌کند، و در نتیجه فلسفهٔ لایب‌نیتس را بر اسپینوزا ترجیح می‌دهم. درباره دین او به‌طور عام

می‌گوید: بسیاری از دین‌های امروزی، مشکل دارند و شاید غیرالهی باشند، اما ماهیت دین به خودی خود درست است. همسر گودل (آدله)، در مورد او می‌گوید: «کورت هرچند به کلیسا نمی‌رفت، اما به دین مسیحیت باور داشت، و هر یکشنبه صبح، در تختخواب خود انجیل می‌خواند.»(ساعت ویکی پدیا)

حضور در حلقه وین، سبب آشنایی گودل با متفکرانی نظیر رادلف کارناپ – که در زمینه فلسفه علم کار می کرد – و همین طور کارل منگر ریاضیدان شد و زمینه را برای آشنایی او با مبحث ریاضی و فلسفه مهیا کرد. اعضای حلقه وین بویژه مجذوب نوشته های لودویگ ویتگنشتاین در مورد حد نهایی آن چیزی که زبان می تواند در مورد زبان بگوید بود. احتمالا همین مسئله انگیزه ای برای گودل بوده تا مشابه آن را در ریاضیات جست وجو کند (آیا درستی تمامی عبارات درست ریاضی، بر مبنای اصول ریاضیات قابل اثبات است؟).

برخی از اعضای حلقه وین نظیر کارناپ، هان و فیزیکدانی به نام هانس تیرینگ در تحقیقات فراوان شناسی نیز فعال بودند و گودل نیز به این موضوع بسیار علاقه مند بود (سال ها بعد، گودل به یکی از دوستان صمیمی اش به نام اسکارمورگنسترن گفت که آیندگان نسبت به این مسئله قضاوت خواهند کرد که چگونه دانشمندان قرن بیستم که ذرات بنیادین جهان را کشف کرده بودند، حتی نتوانستند احتمال وجود قابلیت های بنیادین فراوان شناختی در انسان را مطرح کنند).

به هر حال نهایتا گودل وارد دیدگاه پوزیتیویستی حلقه وین که اندیشه های ماخ را گسترش می داد، نشد. در واقع دیدگاه گودل، دیدگاهی افلاطونی بود؛ او معتقد بود علاوه بر دنیای مادی، دنیای معانی نیز وجود دارد که انسان با کمک الهام می تواند به آن راه یابد. بنابراین برای او برخی عبارات، ارزش حقیقی دارند، حتی اگر قابل اثبات نبوده ای به شکل تجربی، قابلیت پذیرفته شدن ای در شدن را داشته باشند. همین نگرش، کمکی بود برای ارائه دیدگاه های ارزشمند ریاضی گودل. اگرچه گودل مباحثه گری دقیق و فوق العاده بود، اما بندرت در جلسات حلقه وین شرکت می کرد، مگر آنکه بحث بر سر ریاضیات می بود. در واقع می توان گفت پس از سال ۱۹۲۸ او دیگر در جلسات گروه شرکت نکرد، اما به جای آن به عضو فعالی در جلسات ریاضی که توسط منگر تشکیل شده بود، بدل شد. محتوای این جلسات در نشریه ای که به طور سالانه منتشر می شد به چاپ می رسید. گودل در سردبیری این نشریه همکاری داشت و بعدها خود، ده ها مقاله در آن به چاپ رساند.

در همین دوران بود که گودل ناگهان به چهره ای شناخته شده در عرصه منطق ریاضی بدل شد. این شهرت بویژه حاصل انتشار دو مقاله بود؛ یکی از این دو، تز دکترای او بود که مسئله بازی را که در سال ۱۹۲۸ توسط دیوید هیلبرت و ویلهلم آکرمن مطرح شده بود، حل کرد. این مسئله را به زبان ساده می توان چنین بیان کرد: آیا می توان درستی تمام عبارت هایی را که در به کارگیری تمام تفسیرهای نمادهای منطقی درست هستند، اثبات کرد؟ به نظر می رسید که جواب باید مثبت باشد و گودل نیز همین را نشان داد. تز دکترای او نشان داد که اصول منطق که تا آن زمان گسترش داده شده بود، توانایی برآورده کردن هدف نهایی منطق یعنی اثبات درستی همه آنچه درست است، بر مبنای مجموعه اصول مزبور را دارد، اما این اثبات، هنوز یک استثنا داشت و آن، در مورد اعداد طبیعی (یعنی پایه ای ترین مفاهیم دنیای ریاضیات) بود. این اثبات نشان نمی داد که آیا می توان درستی هر گزاره درست در مورد اعداد طبیعی را نیز براساس اصول پذیرفته شده نظریه اعداد ثابت کرد یا خیر؟

اصول مزبور (اصول نظریه اعداد) پیش از آن در سال 1889 توسط جوزپه پئانو، ریاضیدان ایتالیایی تدوین شده بود. اصل استقرای ریاضی یکی از اصول مزبور است. این اصل بیان می کند که هر ویژگی که برای عدد صفر درست بوده و همین طور در صورت درست بودن برای عدد

طبیعی n، برای n+1 نیز درست باشد، باید برای تمامی اعداد طبیعی درست باشد. این اصل که گاهی از آن به اصل دومینو نیز یاد می شود زیرا همانند بازی دومینو، اگر اولی بیفتد مابقی نیز تا آخر می افتند در نگاه اول، بدیهی به نظر می رسید، اما ریاضیدانان دریافتند که این اصل دارای ابهام است، چراکه فقط به خود اعداد دلالت نداشته، بلکه به ویژگی های آنها نیز دلالت دارد، بنابراین، چنین عبارت اصطلاحا مرتبه دومی بیش از حد مبهم به نظر می رسید که به عنوان مبنایی برای نظریه اعداد طبیعی به کار رود.

بدین ترتیب، نسبت به اصل استقرا تجدیدنظر شد و این اصل در ردیف اصول بی شمار دیگری قرار گرفت که به جای دلالت بر ویژگی های عمومی اعداد، به فرمول های خاصی دلالت دارند. متاسفانه همان طور که منطق دانی نروژی به نام توارلف اسکولم چند سال قبل از ارائه قضیه گودل نشان داده بود، این رده از اصول، منحصر به اعداد طبیعی نبوده بلکه در ساختارهای ریاضی دیگری نیز ارضا می شوند.

تز دکترای گودل حاکی از آن بود که می توان تمامی عبارات را براساس اصول اولیه اثبات کرد، اما یک هشدار هم در آن وجود داشت و آن این بود که چنانچه عبارتی در حوزه اعداد طبیعی درست باشد، اما در حوزه سیستم دیگری از ریاضیات -که همان اصول سیستم اعداد طبیعی را ارضا می کند- نادرست باشد، آنگاه درستی آن عبارت، قابل اثبات نخواهد بود. در آغاز به نظر نمی رسید که این استثنا، مسئله ای اساسی باشد، چراکه ریاضیدانان می پنداشتند که چنین وضعیت هایی که براساس اصول اعداد طبیعی رفتار کرده، اما اساسا متفاوت از آنها هستند، اصلا وجود ندارند، اما در همین زمان بود که دومین قضیه گودل، ضربه تمام کننده را وارد کرد.

در سال ۱۹۳۱، گودل در مقاله دیگری نشان داد که عبارات درستی در حوزه اعداد طبیعی وجود دارد که درستی آنها قابل اثبات نیست (به عبارت دیگر، او نشان داد که وضعیت هایی در ریاضیات وجود دارند که اگرچه از اصول نظریه اعداد طبیعی تبعیت می کنند، اما رفتاری متفاوت از این اعداد دارند). در آن زمان، برخی از ریاضیدانان که از زیر سئوال رفتن بنیادهای ریاضیات غمگین شده بودند، پنداشتند اگر تمامی عبارات درست را به عنوان اصول اولیه فرض کنیم، می توان از ضربه این گیوتین، جاخالی داد، اما باز هم گودل نشان داد که تا جایی که ما از قوانین مکانیکی صرف ریاضیات استفاده می کنیم، هیچ تفاوتی نخواهد کرد که کدام گزاره ها را به عنوان اصل بپذیریم، چراکه اگر آنها در مورد اعداد طبیعی درست باشند، درستی عبارات درست دیگری در مورد اعداد مزبور، همچنان غیرقابل اثبات باقی خواهد ماند. اینگونه بود که دیگر امیدی برای ریاضیدانان باقی نماند. چاره ای نبود و آنها باید ناکامل بودن ریاضیات در تبیین تمامی ابعاد حقیقت را می پذیرفتند. خود گودل معتقد بود که این ناکامل بودن، حاکی از آن است که استنتاج قضایا نمی تواند صرفا مکانیکی باشد و باید نقش شهود انسان را نیز در تحقیقات ریاضی، مورد توجه قرار داد. بدین ترتیب، او از زاویه یک ریاضیدان و با همان منطق و زبان ریاضیات، ناکامل بودن ذاتی ریاضیات را در شناخت اثبات کرد و بدین ترتیب از لزوم اتکا به حقیقتی فراسوی ساختارهای ریاضی در شناخت جهان خبر داد.(سایت بی‌گ بنگ، مقاله کورت گودل، اعجوبه منطق)

[2] درس خارج اصول فقه، بررسی مقاله اندیشه فرگه، تاریخ ۲۱/ ۱۱/ ۱۳۹۸

[3] این مناظره در سایت باشگاه جوانان ایرانی صورت گرفته است. گزارشی از این مناظره جالب و جالشی را می توانید در پیوست شماره ۹ مقاله بایستگی های حوزوی در دوران حاضر مشاهده کنید.

در این گفت و گو استاد می فرمایند:«هر کس با فضای ریاضیات آشنا می‌شود اقرار می‌کند که موجودات مثالی هستند و افلاطون‌گرایی آیندهٔ بدون تردید فضای ریاضیات خواهد بود اصل طبق تفسیر او توجیهی ندارد، حتی دیدم افراد حلقه وین مثل گودل اعتراف کردند که حقائق ریاضی مثالی هستند، و حتی کوایین که با افلاطون‌گرایی مخالفت می‌کرد اعتراف می‌کرد که من مخالف نیستم بلکه می‌خواهم ریش افلاطون را تنک کنم!»...

«کورت گودل بزرگترین ای از بزرگترین منطقدانان قرن بیستم است، در باره افلاطون‌گرایی در مسائل ریاضی می‌گوید: «من نمی‌دانم چرا ما باید اطمینان کمتری به این نوع ادراک، یعنی شهود ریاضی، داشته باشیم تا ادراک حسی.» نقل شده از مقاله‌اش به نام: What is Cantor's continuum problem

چقدر حرف درستی است...»

استاد در ادامه به عبارتی از مقاله کورت گودل – اعجوبه ی منطق اشاره و افلاطون گرایی گودل را از زبان نویسنده این مقاله نیز بیان می کنند:

«به هر حال نهایتا گودل وارد دیدگاه پوزیتیویستی حلقه وین که اندیشه های ماخ را گسترش می داد، نشد. در واقع دیدگاه گودل، دیدگاهی افلاطونی بود؛ او معتقد بود علاوه بر دنیای مادی، دنیای معانی نیز وجود دارد که انسان با کمک الهام می تواند به آن راه یابد. بنابراین برای او برخی عبارات، ارزش حقیقی دارند، حتی اگر قابل اثبات نبوده ای به شکل تجربی، قابلیت پذیرفته شدن ای در شدن را داشته باشند. همین نگرش، کمکی بود برای ارائه دیدگاه های ارزشمند ریاضی گودل. اگرچه گودل مباحثه گری دقیق و فوق العاده بود، اما بندرت در جلسات حلقه وین شرکت می کرد، مگر آنکه بحث بر سر ریاضیات می بود.»

پاسخ کاربر freedom به عبارت نقل شده از گودل این است:

«گودل هم انبغه ای بوده که مثل خیلی از نوابغ اختلال روانی هم داشته و مرگ نسبتا سختش بر اثر همین بوده (مرز جنون و نبوغ خیلی هم واضح نیست) ولی آیا گودل چنین باوری رو اثبات کرده بود به نحوی که دیگران هم بپذیرن؟ البته که نه، گودل بر سر عدد پی و مفاهیم ریاضی با دیگران احتمالا اختلافی نداشته ولی این باور اون یک باور شخصی بوده که راه اثباتی نداشته»

استاد در ادامه نیز به سخن گودل استناد می کنند:

«قبلا عرض کردم که حرف گودل در مقاله (What is Cantor's continuum problem) را بسیار درست میدانم: «من نمی‌دانم چرا ما باید اطمینان کمتری به این نوع ادراک، یعنی شهود ریاضی، داشته باشیم تا ادراک حسی.»

[4] او در مقاله ای که با عنوان « What is Cantor's Continuum Problem? »(معضل برهان پیوستار کانتور) نوشته است، می‌گوید:

I don't see any reason why we should have less confidence in this kind of perception. i.e., in mathematical intuition, than in sense perception,

من دلیلی نمی بینم که چرا باید به این گونه ادراک، یعنی شهود ریاضی، کمتر از ادراک حسی عقیده داشته باشیم، آن شهودی که ما را وامی دارد تا نظریه های فیزیکی را بنا کنیم و انتظار داشته باشیم که ادراکات حسی آتی با آنها سازگاری نشان دهد، و به علاوه، باید باور داشته

باشیم سؤالی که اکنون نمی توان پاسخ داد، معنایی دارد و ممکن است در آتیه بتوان پاسخی برای آن یافت . مزاحمت پرادوکس‌های نظریه مجموعه‌ها برای ریاضیات خیلی کمتر از دردسری است که فریب های احساسی برای فیزیک دارند.»(ترجمه از کتاب فلسفه ریاضیات، ص ۲-۳)

[5] درس خارج اصول فقه، بررسی مقاله اندیشه فرگه، تاریخ ۲۱/ ۱۱/ ۱۳۹۸

[6] طرح این مسئله در جلسات بررسی مقاله اندیشه فرگه عملیاتی شد و در قالب مقاله«مثال دقیق، سؤال روان؛ ابزاری برای ارائه مجردات به همگان» پیاده شده است که مرجع به آن سودمند است.

[7] کواین سه منظر در هستی شناسی (فلسفه ریاضیات) قائل است: واقع گرایی (افلاطون گرایی)، نام‌گرایی و مفهوم گرایی که مکاتب منطق‌گرایی، صورت‌گرایی و شهودگرایی به ترتیب ناظر به آن‌ها هستند.

در مکتب افلاطون‌گرایی، اعیان ریاضی مانند عدد، مجموعه های نامتناهی، خط، دایره، مکعب چهار بعدی، فضای هیلبرت و ... بیرون از فضا و زمان و بیرون از اندیشه و ماده ، در قلمرویی مجهول و مجرد (موسوم به عالم مُثُل)، و مستقل از هرگونه آگاهی فردی یا اجتماعی وجود دارند. این اشیاء ازلی و ابدی هستند، خلق نشده اند، تغییر نمی‌پذیرند و خواص دارند که برخی بر ما معلوم‌اند و بعضی هنوز نامعلوم . عقل رهنمای ما به چنین هستی هایی است. قضایای ریاضی، پیشینی، ضروری و به علت وجود شیوه‌های قطعی استنتاج، یقینی هستند . هر سؤال با معنی در ریاضیات جوابی دارد که ممکن است به علت ناقص بودن معرفت ما فعلاً قابل جواب دادن نباشد.

به زعم افلاطون‌گرایان ریاضیات احکامی دارد که چه بخواهیم و چه نخواهیم خود را برما تحمیل می کند. عدد 1+ ای اول است یا نیست، گرچه عموم ما کفاف نمی دهد با شمارش به آن برسیم ، ولی به هر حال حتی قبل از نوشتن این عدد، اول بودن یا اول نبودنش تعیینی گردیده است. عدد 2 زوج است، اما نه به این خاطر که ما فکر می کنیم زوج است و نه به این خاطر که عقل ما چنین شکل گرفته یا ترتیب یافته است، بلکه به این دلیل که چنین هست . یک ریاضیدان، یک ابداع کننده نیست، بلکه به مثابه یک دانشمند تجربی، مثلاً یک زمین شناس، یک مکتشف است که آنچه را از قبل وجود دارد، می یابد. البته اگر واشناس نیاورد و نیابد، دیر یا زود خودش یا کس دیگری این کار را خواهدکرد. راسل در یکی از اولین نوشته های خود آورده‌است: «حساب باید همان طور کشف شده باشد که کریستف کلمب هند غربی را کشف کرد . ما اعداد را نیافریده ایم همچنان که کلمب هندیان را نیافرید.»

رنه تام یکی از طرفداران این مکتب است . وی می‌گفت: «ریاضیدان باید شهامت پایبندی به عقاید خود را داشته باشد . در آن صورت تصدیق خواهد کرد که ساختارهای ریاضی، وجودی دارند مستقل از ذهن شخصی که به آن ها می‌اندیشد. صورت این وجود بی تردید با صورت وجود ملموس و مادی جهان خارجی تفاوت دارد، ولی با این همه به نحوی دقیق و عمیق با وجود عینی مرتبط است، زیرا اگر ریاضیات فقط یک بازی بی ثمر و محصول تصادفی فعالیت های مغز باشد پس پیروزی بی چون و چرای آن در تشریح جهان را چگونه می‌توان توضیح داد؟ ریاضیات نه تنها در قوانین خشک و مرموز طبیعی آشکارا دیده می شود، بلکه به شکلی نهفته تر اما تردیدناپذیر در توالی نامتناهی و تفنن آمیز صورت ها در جهان جانداران و بی جانان و وجودی و ناوجودی تقارن آن ها نیز تجلی می‌کند. چنین است که فرض افلاطونی مُثُل (در مورد ساختمان عالم)، علیرغم ظاهرش، طبیعی‌ترین و از لحاظ فلسفی اقتصادی ترین فرض به‌شمار می‌رود، ولی ریاضیدانان در هر

لحظـه تنهـا یک تصور جزیی و ناقص از عالم مُثُل دارند . با اعتقاد به وجود جهان مثـالی، ریاضـیدان بـیش از حد نگران حدود روش های صوری نخواهد بـود . وی خواهـد توانسـت کـه مسـألـه سـازگاری ر فراموش کند زیرا عالم مثال از امکانات عملی ما بسیار فراتراست و نسبت غایی ایمان ما بـه راسـتی یک قضیه، در شهود ما جای دارد.»

قرائتی دیگرازافلاطون گرایی، افلاطون گرایی نظریه مجموعهای گودل اسـت کـه در آن مجموعه های نامتناهی، که همواره در برابر تجارب متناهی بشری، وجودشان، جایگاهشـان و نحـوه دستیابی به آنها مورد سؤال بوده است، واقعیتی غیر فیزیکی و صرفاً ریاضی دارند . در این دیـدگاه وجود مفاهیم و اصولی که برمبنای شهود ریاضی ما توجیه می شوند ای در ارائـه نتایج تصدیق پـذیر به دست دادن نتایج جدید کارایی دارند پذیرفته می شود. گودل میگوید:«من دلیلـی نمـی بـینم کـه چرا باید به این گونه ادراک، یعنی شهود ریاضی، کمترازادراک حسـی عقیـده داشـته باشـیم، آن شهودی که ما را وامی دارد تا نظریههای فیزیکی را بناکنیم و انتظار داشته باشیم که ادراکات حسـی آتی با آنها سازگاری نشاندهد، و بهعلاوه، باید باور داشته باشیم سؤالی که اکنون نمی توان پاسخ داد، معنایی دارد و ممکن است در آتیه بتوان پاسـخ بـرای آن یافـت . مزاحمـت پـارادوکسهـای نظریه مجموعه ها برای ریاضیات خیلـی کمتـر از دردسـری اسـت کـه فریـب هـای احساسـی بـرای فیزیک دارند.»

دیدگاه افلاطونگرایی گاهی واقع گرایی خام خوانده میشـود. نـوع دیگـر واقـع گرایـی، واقعگرایی علمی کواین-پاتنام است که میگوید آن اشیاء ریاضی وجود دارنـد کـه بـرای بهتـرین نظریـه ما در مورد جهان اجتناب ناپذیرهستند، بـه همـان وجـه کـه مـثلاً وجـود الکتـرون در فیزیـک پذیرفتـه شده است. بـ ه زعـم ایشـان وقتـی نظریـه هـای علمـی بـا تأییـد پـیش بینـی هـای انجـام گرفتـه پذیرفته میشوند، ریاضیات نیز که بخشی اجتناب ناپذیر از نظریه است، تأیید می شـود. ایـن دیـدگاه توسط پنلوپ مدی با ترکیب با واقع گرایی نظریه مجموعـه گودل و به کمـک مکـانیزم هـای نظـری عصب شناختی بازسازی شد.

درشکلی دیگر از افلاطونگرایی، مدی وجودی فیزیکـی بـرای مجموعهها قائل میشود. بر طبق نظرات، مجموعـه متشـکل از کتـاب هـای یک قفسـه کتـاب در همـان قلمـرو زمـانی و مکـانی قـراردارد که خود کتابها آنجا هستند. وی میگوید که مغز مـا از لحـاظ عصـب شـناختی دارای یک «مجموعـه ای-اب» اسـت کـه مـا را قـادر بـه درک مجموعـه هـا میکند.

در قرائتی دیگر از افلاطون گرایی، ارائه شده توسط م.بالاگور، موسوم به افلاطـونگرایـی تمام عیار، هر شئ ریاضی که وجودش ممکن باشد، واقعاً وجود دارد و هر نظریه ریاضی سـازگار، بخشی از واقعیت ریاضی را توصیف میکند.(فلسفه ریاضی، ص ۱-۴)

به نظر گودل مجموعه ها و سایر موجودات ریاضی، اشیائی واقعی هستند که از تعاریف و ساختمان های ریاضی ما مستقل اند. او ریاضیات را با فیزیک مقایسه می کند و می گوید:

درست به همان دلیل که ما وجود اشیاء فیزیکی را می پذیریم موجودات ریاضی را هم قبول میکنیم. یعنی همانطور که برای تبیین ادراکات حس خود وجود اعیان طبیعی را فرض می نماییم، پذیرش واقعیت اشیاء ریاضی هم برای تأسیس یک نظام قابل قبول ریاضی ضروری است.

(Godel, Russells mathematicallogic, P,456_7)

ما ادراکی حسی از مجموعه ها نداریم ولی چاره ای هم نداریم که چیزی شبیه این ادراک را در مورد مجموعه ها بپذیریم:

من دلیلی نمی بینم که ما به این نوع ادراک، یعنی شهود ریاضی، اطمینان کمتری از ادراک حسی داشته باشیم. (483 Golde,What is captar .)

مطابق نظر گودل ما می توانیم اشیاء ریاضی را با چشم ذهن شهود کنیم. البته اصطلاح چشم ذهن (mind' s eye) یک استعاره است، ولی ما چاره ای جز استعمال این استعاره نداریم؛ به عبارت دیگر، همان طور که با ادراکات حسی از فضای فیزیکی اطلاع حاصل می کنیم به فضای موجودات ریاضی نیز به طریقی مشابه آن، یعنی از راه شهود ریاضی دسترسی پیدا می نمایم.

همانطور که قضایای اولیه ادراک حسی - مانند "علف سبز است" - دارای بداهت حسی هستند، می توانیم بگوئیم قضایای ساده ریاضی مانند "12=7+5" نیز دارای بداهتی شهودی اند. ما احساس می کنیم که باید قضیهٔ "12=7+5 " را بپذیریم. باور ما بدین قضیه مبتنی به شم و شهود است؛ به اصطلاح می گوییم قضیه مذکور دارای بداهت ذاتی است. این موضوع یکی از وجوه تفوق افلاطون گرایی بر سایر نحله های فلسفه ریاضی مانند قراردادگرایی است. به نظر قراردادگراها ریاضیات مانند یک بازی شطرنج است که با قواعد خاصی در مورد نمادهای ریاضی انجام می شود. در اینجا، افلاطون گرایی در راستای این واقعیت روانشناختی است که ما احساس می کنیم بازی با مهره های شطرنج به صلابت و استحکام قضیهٔ "12=7+5" نیست. مسأله این است که ما می توانیم ادراک حسی معمولی خود را توجیه و تبیین کنیم ولی هیچ اطلاعی از نحوه کار چشم ذهن نداریم. حال ببینیم که دقیقا از ادراک حسی معمولی چه می دانیم؟ البته به جنبه فیزیولوژیک این فرآیند واقفیم، ولی درباره خود ادراک و نحوه تکوین باوری که مثلاً به وجود یک کتاب پیدا می کنیم چیزی نمی دانیم. مثل من کتابی را روی میز می بینم. ابتدا فوتونها از کتاب می آیند و وارد چشم من می شوند. در آنجا واکنش هایی صورت می گیرد و علامتی از عصب نوری به بخش بصری پوسته مخ فرستاده می شود و امثال آن اینها جنبه فیزیولژیک قضیه است. موضوع این است که هیچ کس تا به حال نحوه تکوین خود ادراک و نحوه شکل گیری باور را روشن نکرده است. اینکه چگونه یک فرآیند فیزیولژیک به باور تبدیل می شود، رمز و راز بزرگی است. این، در واقع همان مسأله قدیمی رابطه ذهن و عین است که کما كان لا يزال باقی مانده است. رازگونگی این مسأله درست مانند آن است که نمی دانیم چگونه موجودات ریاضی سبب تكوين معتقدات ریاضی ما می شوند. البته اگر می توانستیم هر دو راز را بدانیم خیلی خوب بود ولی به هر حال جهل ما در مورد موجودات ریاضی بیشتر از ان آگاهی ما از اعیان طبیعی نیست.

اصل این ادعا که ما به مکانیسم ادراک حسی معمولی کاملا واقفیم ولی از مکانیسم شهود ریاضی بی اطلاعیم، ربطی به مسأله مورد بحث ندارد. بینیم ادعای افلاطون گرا چیست؟ او می گوید ما از نظریه و پراتیک ریاضی آگاهی داریم و این واقعیتی است که نیاز به تبیین و توضیح دارد. بهترین تبیین این است که بگوییم اعیان ریاضی وجود دارند و ما می توانیم با چشم ذهن آنها را ببینیم. این استدلال شبیه موضوعی است که در برابر بار کلی مطرح شد. ما می دانیم که کتاب روی میز است و باید توضیح دهیم که این شناخت از کجا حاصل می شود. بهترین تبیین این است که بگوییم کتاب واقعا وجود دارد و باعث ارتسامات و انطباعات ذهنی ما می شود. آیا در اینجا لازم است که ما مکانیسم ادراک حسی را به تفصیل بیان کنیم تا استدلالمان اقناعی باشد؟ من! دانشمندان قبل از اینکه فتوترا کشف کنند این استدلال را علیه بار کلی پذیرفتند. اینکه افلاطون گرا نمی تواند مکانیسم رؤیت با چشم ذهن را با دقت و صراحت بیان کند به هیچ وجه خللی به استحکام استدلال او وارد نمی کند.

از طرف دیگر، درست است که ما رابطه مستقیم با موجودات ریاضی نداریم، ولی پوزیترون و الکترون را هم بی واسطه نمی شناسیم. به نظر گودل اصول موضوعه یک دستگاه ریاضی حدس هایی هستند که دارای مضمون عینی اند و با نتایج خود آزموده می شوند. بدین اعتبار، یک دستگاه ریاضی مانند فیزیک است.

ام فرضیه ای را به عنوان یک حدس مطرح می کنیم و نتایجی از آن استخراج می نماییم که در آزمایشگاه تأیید یا تکذیب می شوند. اگر این نتایج صادق بودند باور ما به آن فرضیه بیشتر می شود و اگر کاذب از آب در آمدند آن فرضیه را رد می کنیم. مسأله ای که پیش می آید این است که آزمون و ارسی یک فرضیه به این سادگی نیست، چون یک فرضیه کاذب می تواند نتایج صادقی داشته باشد؛ به صرف اینکه نتایج حاصل از یک فرضیه صادقند، آن فرضیه محقق نمی شود. تاریخ نظریه مجموعه ها هم این مطلب را نشان می دهد.(افلاطون گرایی در فلسفه ریاضی، ص ۱۱۲-۱۱۵)

[8] درس خارج اصول فقه، بررسی مقاله در باب دلالت راسل، جلسه تاریخ ۱۷/ ۱۰/ ۱۳۹۸

بازبینی #1
ایجاد شده 12 مارس 2025 17:16:03 توسط ... .
به روزرسانی شده 13 مارس 2025 12:23:23 توسط ... .