فصل اول: تمهیدات

- مقدمه۱) انواع ادراکات
- مقدمه ۲) ثابتات در علوم
- مقدمه ۳) بی نهایت و اقسام آن

مقدمه۱) انواع ادراکات

ما از حیث موطن‌هایی که در آن، قوای درک داریم:[1]

ادراکات مشاعری/ادراکات عقلی

یک مشاعر[2] داریم و یک عقل. مقصودمان از این واژه‌ها را در ادامه روشن می‌کنیم.مشاعر ما، یک سنخی از قوای مدرکه هستند، یک حوزه‌ای از مدرکات هستند؛ عقل ما هم یک سنخی و یک حوزه‌ای، هر کدام از این ها هم مراتبی دارد.[3]

مشاعر: ادراک افراد

مشاعر ما کلاً سروکارش با فرد است؛ با وجود است. هر موجود فردی از طبیعت است. فرد الطبیعی را معمولاً همه می‌شناسند. مشاعر ما، سروکارش با افراد است،

عقل: ادراک طبایع

اما عقل، سروکارش با طبایع است. به‌طور کلی هر کجا سروکار شما با فرد است، ریختش، ریخت فرد است؛ نه ریخت طبیعی، این را ما می‌گوییم مشاعر.

حوزه‌های ادراکات مشاعری

مشاعر ما دو تا حیطه مهم دارد:

محسوس :

محسوس متصل

محسوس منفصل

دیگری مثال:

مثال متصل

مثال منفصل.

قید ـ مثال، این است که ماده به معنای هیولی ندارد اما آثار ماده را دارد .گفتند: مثال متصل یعنی قوّه‌ی خیال؛صُوَر علمیّه‌ای که بند به نفس ماست.

مثال منفصل یعنی چه؟ یعنی موری است ملکوتیه که بند به کسی نیست و مجرّد است؛لذا گفتند مثال است، یعنی مادی نیست، اما منفصل است؛ یعنی بند به ذهن کسی نیست.

این اصطلاح در کتابها بود[4]. از همین اصطلاحها کمک میگیرم برای اینکه بحث جلو برود.این دستهبندیها کلی است، بعداً شما میتوانید مفصّل این ها را تقسیم کنید.

حوزه محسوسات

در عالم حس که همه بیداریم، حس میکنیم چیزی را میبینیم، وقتی چشم شما باز است دارید چیزی را میبینید.

محسوس متّصل/منفصل

شما الآن دو چیز دارید، یک محسوس متصل دارید، یک محسوس منفصل دارید. یک گلدانی که وسط این اتاق گذاشته ما دورش نشستیم، یک محسوس منفصل دارید که آن گلدان است. بیرون از ماست، به ما ربطی ندارد. اما ۷-۸ نفر که دور او نشستیم، محسوس متصل دارید؛ یعنی هر کدام از ما، سراغ آن محسوس منفصل میروید، امّا دریافت ما از آن محسوس منفصل، یک جور نیست. شما آن طرفِ گلدان را میبینید، من، این طرفِ گلدان را میبینم، من از یک جهت دارم نگاه میکنم، شما از یک جهت دیگر. این مثال خیلی روشن است. پس ما در مرحله حس، محسوس منفصل داریم و محسوس متصل.

در این محسوس متصل و منفصل خیلی بحث است. شما این را یک کلام فرض نگیرید.

حوزه مثال

میآییم در خیال.

مثال متّصل/منفصل

مثالی که مرحوم مظفر رضوان الله علیه زدند[5]. فرمودند این ساعت را شما نگاه میکنید بعد چشمتان را میبندید، همان ساعت را در ذهنتان میآورید. ساعتِ خارجیِ محسوسِ منفصل داریم، وقتی چشمتان باز است دارید ساعت را میبینید، این محسوس متصل است. وقتی چشمتان را بستید، بعدش صورت او را احضار کردید، به این میگوییم خیال متصل. الآن دیگر چشم شما باز نیست، ساعت را نمیبینید. چشمتان بسته است و دارید ساعتی را که دیدید احضارش میکنید؛ این میشود خیال متصل. یعنی صورتی از ساعت که الآن چشم شما باز نیست؛ امّا در خیال متصل شما ایجاد شده است.

اما خیال منفصل چیست؟ خیال منفصل، این است که محسوس نیست، عالمِ ماده نیست. اما در عین حال بند به نفْسِ شما هم نیست؛ خیال منفصل، هر چیزی است که شکل دارد، رنگ دارد، آثار ماده را دارد، اما هیولی و آن حرکت اناسوتی[6] را ندارد. یعنی یک مَلَکی را فرض بگیرید، متعلّق به عالم ملکوت.

انواع خواب ها

خواب‌ها هم انواعی دارد[7]. خیلی از خواب‌ها، تمثّل ِنفْس است که خیال متصل است. اما خواب‌هایی انسان‌ها دیدند که برای خودشان هم واضح می‌شود که من واقعاً در عالم دیگر بودم؛ همین‌طوری که اینجا داریم حرف می‌زنیم. خواب‌هایی که روحم در عالم دیگر می‌رود، دارد یک چیزی در عالم می‌بیند.

خواب‌هایی که فقط تمثّل است، خیال متصل است. اما خواب‌هایی که خیال منفصل است که یعنی روح در عالم مثال می‌رود. آنجا چطور؟آن جا ما یک متخیّل منفصل داریم، یک تلقّی که من در خواب از آن مثال ِمنفصل دارم؛ یعنی همانجا هم باز دو امر دارم: مثال منفصل، مثال متصل.

عالم مثال: عالم افراد

در عالم مثال، سروکار ما با فرد است، شما مثلث را می‌گویید شکل است؛ اما مثلثی که در قوه خودتان ایجاد می‌کنید، فردی از مثلث است. طبیعی ِمثلث نیست. قوّه خیال، سروکارش با طبایع نیست. شکل مثلث که در ذهن شما می‌آید، فردی از مثلث است.

بچه‌ای که معلم در کلاس به او می‌گوید «مثلّث»، تا قوّه دراّکه‌ی بچه یک سه ضلعی در ذهنش نکشد نمی‌تواند اصلاً حرف استاد را تصور کند. یعنی قوه‌ی خیال، معین عقل اوست. اوّل باید قوه خیال بچه، یک مثلث بکشد بعد بگوید آقای معلم! حالا بگو تا من این را تطبیق بدهم. این بچه وقتی دبستانی است باید قوه خیال او مدام یک مثلث بکشد تا حرف استاد را بفهمد؛ همین بچه دانشگاه می‌رود، یک ساعت استاد ریاضی برایش حرف زده، بیرون می‌آید، می‌بیند استاد او ۳۰۰ بار مثلث گفت، اما وقتی به خودش برمی‌گردد می‌بیند یک بار قوه خیال او مثلث را نکشید. چرا؟ چون قبلاً قوه درک معانی او در درک معانی مثلث ضعیف بود. قوه خیال باید او را کمک می کرد؛ اما حالا قوی شده، نیازی ندارد قوه خیال او را کمک کند در احضار معانی مثلث. استاد می‌گوید مثلث، معانی او را هم می‌فهمد، هیچ مشکلی هم ندارد[8].

حوزه عقل

این برای مشاعر. اما بعدش عقل. عقل سروکارش با کلیات است، با طبایع است.

معقول متصل/ منفصل

در فضای عقل، ما یک معقول منفصل داریم، یک معقول متصل. هنر، این است که ما اینها را در ذهن خودمان با مثال‌های زیبا از همدیگر جدا کنیم که چشم همه ببیند.

الآن ببینید نوع مردم اصلاً توجه ندارند که ساعت در ذهنشان می‌آید. اما وقتی دقیق مثال می‌زنید، می‌گویید چشمت را به ساعت باز کن، بعد چشمت را ببند، صورتش را در ذهنت بیاور، با همین مثال زدن، چیزی که قبلاً در ذهن او بود، اما من‌حاز نبود من‌حاز شد. الآن هم ما می‌خواهیم همین کار بشود.

---

[1] برشی از مقاله «مثال دقیق، سؤال روان؛ ابزاری برای ارائه مجردات به همگان»

[2] والمَشاعِرُ:الحواسُّ.قال بَلْعاءُ بن قيس:
و الرأسُ مُرتفعٌ فيه مَشاعِرُهُ---- يَهْدِي السبيلَ له سَمْعٌ و عينان (الصحاح،ج2،ص:۶۹۹)
و هو ذَكِيّ‌ُالمشاعر و هي الحواسّ.(أساس البلاغة ؛ ص۳۳۱)

و المَشاعِرُ: الحواسّ (لسان العرب ؛ ج 4 ؛ ص۴۱۳)

و منه الْحَدِيثُ بِتَشْعِيرِ الْمَشاعِرِ عَرِّفْ أَنَّهُ لا مَشْعَرَ لَهُ . و مِثْلُهُ لا تَشْمُلُهُ الْمَشاعِرُ . و شَوَاعِرُ الإنسان و مَشاعِرُهُ: حواسه و منه (مجمع البحرين ؛ ج 3 ؛ ص۳۴۹)

در روايات نيز چنين آمده است: بتشعير المشاعر عرف أن لا مشعر له (الكافي (ط - الإسلامية) ؛ ج1 ؛ ص۱۳۹)

و همين طور:لا تشمله المشاعر(همان، ص۱۳۹-۱۴۰)

در نهج البلاغه نيز آمده است: لا تستلمه المشاعر(نهج البلاغه،۲۱۲)و در برخي نسخ لا تلمسه آمده است(شرح ابن ابي الحديد،ج ۹،ص ۱۴۸)

[3] الشيء قد يكون محسوسا عند ما يشاهد ثم يكون متخيلا عند غيبته بتمثل صورته في الباطن كزيد الذي أبصرته مثلا إذا غاب عنك فتخيلته و قد يكون معقولا عند ما يتصور من زيد مثلا معنى الإنسان الموجود أيضا لغيره(الاشارات و التنبيهات،ص ۲۳۸)

[4] أنه تبين بما تقدم أن الوجود ينقسم من حيث التجرد عن المادة و عدمه إلى ثلاثة عوالم كلية: أحدها عالم المادة و القوة .

و ثانيها عالم التجرد عن المادة دون آثارها من الشكل و المقدار و الوضع و غيرها ففيه الصور الجسمانية و أعراضها و هيئاتها الكمالية من غير مادة تحمل القوة و يسمى عالم المثال و عالم البرزخ لتوسطه بين عالمي المادة و التجرد العقلي و قد قسموا عالم المثال إلى المثال الأعظم القائم بنفسه و المثال الأصغر القائم بالنفس الذي تتصرف فيه النفس كيف تشاء بحسب الدواعي المختلفة فتنشئ أحيانا صورا حقة صالحة و أحيانا صورا جزافية تعبث بها .

و ثالثها عالم التجرد عن المادة و آثارها و يسمى عالم العقل.(نهاية الحكمة،ص: ۲۴۵)

شهرزوری در تفکیک عالم مثال متصل از منفصل چنین می گوید: و بعض المشايخ ممن يقول بثبوت العالم المثالي يقول: إنّ الخيال حصّة من عالم المثال يجري منه مجرى الجدول من النهر العظيم و يسميه ب «الخيال المتصل» و يسمى عالم المثال ب «الخيال المنفصل».(رسالة في العلوم الإلهية و الأسرار الربانية (الشجرة الإلهية)، جلد: ۳، صفحه: ۴۶۶-۴۶۵)

محقق دشتکی می گوید: و الخيال إمّا متّصل أو منفصل؛ و لكلّ تفصيل.و من الصوفية من زعم أن الخيال المنفصل هو عالم المثال؛ و الخيال المتّصل القوّة الخيالية الإنسية؛ و ما يتخيّل بها و ما يشاهد هو المثال المقيّد؛ و ما يشاهد من ذلك العالم مثال مطلق.و توضيحه: أنّ للقوّة الخيالية الإنسية أن يتخيّل مثلا جبلا من ياقوت؛ فالخيال أو التخيّل و المتخيّل كلّ باعتبار خيال متّصل؛ و ما يخيّله مثال مقيّد؛ و إذا رأى رائ في منامه جبلا من ياقوت و شاهده كان المشاهد مثالا مطلقا؛ و هو أو ما شاهد به أو الشهود كلّ باعتبار خيال منفصل.(إشراق هياكل النور لكشف ظلمات شواكل الغرور، صفحه: ۲۵۹)

میرداماد نیز چنین می فرماید: قومی از رواقیّ فیثاغوریّین و افلاطونیّین ، و رهطی از اشراقی السلامیّین ، عالمی متوسّط میان عالم غیب - که عالم معقول - و عالم شهادت - که عالم محسوس است - اثبات کرده‌اند؛ و آن را «عالم مثال و عالم شهادت مضاف و عالم اشباح و عالم برزخ و اقلیم ثامن و ارض حقیقت و خیال منفصل نامیده‌اند ؛ و خیال انسانی را خیال متّصل.(جذوات و مواقیت، صفحه: ۶۲)

در کلمات مکنونه نیز چنین آمده است: و ما من موجود محسوس او معقول الا وله مثال مقيد في هذا العالم البرزخي ، فهو في العالم الكبير بمنزلة الخيال في العالم الانساني الصغير، فمنه ما يتوقف ادراكه على القوى الدماغية و يسمى بالخيال المتصل ، و منه ما لا يتوقف على ذلك، و يسمى بالخيال المتصل (کلمات مکنونة من علوم أهل الحکمة و المعرفة، صفحه: ۷۰)

همین طور ببینید: المظاهر الإلهية في أسرار العلوم الكمالية، صفحه: ۸۹، الحكمة المتعالية في الأسفار العقلية الأربعة، جلد: ۱، صفحه: ۳۰۲و شرح و تعليقه صدر المتالهين بر الهيات شفا (مالصدرا)، جلد: ۱، صفحه: ۵۹۰و محبوب القلوب، جلد: ۲، صفحه: ۲۷۲و و أنوار العرفان، صفحه: ۲۳۱و أسرار الحكم في المفتتح و المختتم، صفحه: ۴۰۹-۴۱۰

برای مطالعه تفصیلی این موارد به پیوست شماره ۲ مقاله «مثال دقیق، سؤال روان؛ ابزاری برای ارائه مجردات به همگان» مراجعه فرمایید.

[5] و قد تسأل على أي نحو تحصل للانسان هذه الادراكات؟ و نحن قد قربنا لك فيما مضى نحو حصول هذه الادراكات بعض الشيء، و لزيادة التوضيح نكلفك ان تنظر الى شيء أمامك ثم تطبق عينيك موجها نفسك نحوه، فستجد في نفسك كأنك ال تزال مفتوح العينين تنظر اليه، و كذلك اذا سمعت دقات الساعة - مثلا - ثم سددت اذنيك موجها نفسك نحوها، فستحس من نفسك كأنك ال تزال تسمعها... و هكذا في كل حواسك.(المنطق،ص۱۴)

[6] و تطلق على عالم الشهادة أي الدنيا(کشاف اصطلاحات الفنون والعلوم،ج۲،ص۱۶۸۰)

فَعَلوت، صیغه مفید مبالغه است.ملکوت، مبالغه در ملکیت و سلطنت. تابوت، مبالغه در رجوع که دیگر بازگشت به دنیا ندارد.طاولت قدش خیلی بلند بوده است.جالوت خیلی بد بوده جوالن داشته است .ناسوت مبالغه در ناس است.طاغوت، مبالغه در طغیان است.(از افادات استاد)

[7] الكافي، عن علي بن إبراهيم عن أبيه عن ابن أبي عمير عن سعد بن أبي خلف عن أبي عبد الله ع قال: الرؤيا على ثلاثة وجوه: بشارة من الله للمؤمن و تحذير من الشيطان و أضغاث أحلام. (بحار الأنوار (ط - بيروت) ؛ ج۵۸ ؛ ص۱۸۰)

كتاب التبصرة لعلي بن بابويه، عن سهل بن أحمد عن محمد بن محمد بن الأشعث عن موسى بن إسماعيل بن موسى بن جعفر عن أبيه عن آبائه ع قال قال رسول الله ص الرؤيا ثلاثة بشرى من الله و تحزين من الشيطان و الذي يحدث به الإنسان نفسه فيراه في منامه و قال ص الرؤيا من الله و الحلم من الشيطان.(همان، ص: ۱۹۱)

مرحوم مجلسی در جلد ۵۸(طبع بیروت) بحار الانوار،بابی را با عنوان حقيقة الرؤيا و تعبيرها و فضل الرؤيا الصادقة و علتها و علة الكاذبة به این بحث اختصاص داده است.(شروع باب از صفحه ۱۵۱است) ایشان پس از ذکر احادیث مختلف،در بخش تفصیل و تبیین به بیان اقوال حکما و دیگر عالمان در تحلیل خواب و انواع آن می پردازد (ص ۱۹۵) هم چنین در کتاب منهج الرشاد لمعرفة العباد نیز بابی با این عنوان وجود دارد: من جملة الشواهد على وجود العالم المثالي ّما يشاهد في النوم(منهج الرشاد،ج ۳،ص ۱۱۶)

[8] در ادامه و در تحلیل عالم مثال منفصل مطالبی خواهد آمد که در آن رابطه عالم مثال با طبیعت تبیین شده است و تکمله این مباحث خواهد بود.

مقدمه ۲) ثابتات در علوم

ما یک چیزهایی داریم که امروزه هم بسیار گستردە شدە، هم در حوزه فیزیک[1]، هم در حوزه ریاضی [2] و هم در سایر علوم. شاید بالای ۲۰۰-۳۰۰ تا، ثابت داریم.

ثابت های ریاضی

ثابتهای ریاضی هم چند دستە هستند:

۱. ثابتات در علم حساب

ثابتهایی کە برای حساب هستند

۲. ثابتات هندسی

ثابتهایی کە برای هندسە هستند.

الآن میخواهیم از ثابتهای ریاضی کە صبغە هندسی دارند، شروع کنیم. خود ثابت خیلی مقصود ما را بە ذهن بشر، از صغیر و کبیر، نزدیک میکند. ثابتهای هندسی چە چیزهایی هستند؟ بسیار مختلفند.

---

[1] ثابت فیزیکی، یک کمیت فیزیکی است کە در تمام جهان ثابت است و در طول زمان تغییر نمیکند. این ثابت ممکن است با ثابت ریاضی دارای فرق باشد زیرا ثابتهای ریاضی دارای همان ارزش عددی هستند اما مقیاسهای فیزیکی در آنها بیمعنی است. ثابتهای فیزیکی بسیاری در دانش وجود دارد. از اصلیترین این ثابتها سرعت نور (c) در خلأ، ثابت گرانش (G)، ثابت پلانک (h)، ثابت بولتزمن (kB)، ثابت الکتریکی (?0)ایپسیلون صفر و بار الکترون (e) هستند. (سایت ویکی پدیا)

[2] ثابت ریاضی عددی خاص و معمولاً حقیقی است. ثابتها در قسمتهای مختلفی از ریاضیات مانند هندسە، نظریە اعداد، حساب دیفرانسیل و انتگرال و ... ظاهر میشوند. برخی ثابتها مانند عدد پی ای e برای ویژگیهای یکتا و زمینە تاریخیشان مورد توجە ریاضیدانها قرار دارند. ثابتهای شناختە شدەتر برای سالها مورد مطالعە قرار گرفتەاند و برای محاسبە مقدار آنها تلاشهای زیادی صورت گرفتەاست.(همان)

مقدمه ۳) بی نهایت و اقسام آن

اقسام بی نهایت

ما دو نوع بی نهایت درست و حسابی، داریم:

۱. بی نهایت بسیار بزرگ

بی نهایتهای متعیّن افزایشی؛ بی نهایت های بسیار بزرگ[1].

۲. بی نهایت بسیار کوچک

بی نهایتهای متعیّن کاهشی؛ بی نهایت های بسیار کوچک[2] .

بی‌نهایت ها در دستگاه ارسطویی

از زمان ارسطو، تمام بی نهایت ها، چه بی نهایت بزرگ و چه بی نهایت کوچک را با بی نهایت بالقوّه حل می کردند.

بی نهایت بسیار بزرگ: لا یقف

بی نهایت بزرگ را می گفتند: لایقف .

بی‌نهایت بسیار کوچک: بالقوّه

بی نهایت کوچک را می گفتند: بالقوّه . ما هم با این دوتا خیلی مانوس هستیم چون مبنای کتابهای ما هم معمولاً ارسطویی است. انسان خودش را قانع میکند به بی نهایت ِلا یقفی و کار تمام میشود[3].

بی‌نهایت ها در ریاضیات عالی امروزه

اما از حدود ۲۰۰ سال قبل تا حالا که ریاضیات عالی و آنالیز[4] کاملا پیشرفت کرده و مباحثش امروز برای بشر مثل خورشید شده،

بی‌نهایت ِبالفعل

واضح است که در بی نهایت کوچک، بی نهایت ِبالفعل ِنفس الامری است.می توانم بگویم بی‌نهایت ِمجسّم، بی‌نهایت ِدر مشت. می‌گویی بیا، بی‌نهایت ِبالفعل را در مشتت می‌گذارم و جلوی چشمت می‌آورم؛ بالاتر از این می‌خواهی؟!

---

[1] به گزارش بی‌گ بنگ، ما اخیرا به دنبال بزرگترین عدد معنی‌دار در جهان گشتیم، اما هم این باید در مقایسه با بی نهایت بسیار خرد باشند. ریاضیدانان بی نهایت را با سختگیری بالایی تعریف می کنند. اما ما تعریف وسیعتر و رایجتری را مد نظر قرار خواهیم داد: بی نهایت هر عددی را شامل می شود که محدود ای متناهی نیست. خب حالا بگذارید ذهنمان را محدود نکنیم و به جزئیات بی نهایت بپردازیم.

آغاز بی نهایت

برای صحبت درباره بی نهایت، باید در ابتدا راهی برای تعریف آن از منظر ریاضی پیدا کنیم که البته کار ساده‌ای نیست. اگرچه مفهوم بی نهایت با یونانیان باستان شناخته می شود و در محاسبات آرشیمدس لحاظ شده است، اما بی نهایت تا اواخر دهه ۱۸۰۰ میلادی به صورت جامع تعریف نشده بود. قبل از آن، بی نهایت صرفا یک مفهوم ِگسترده و بی شکل بود؛ بیشتر مانند یک اثر هنری با عملیات ریاضی خاص، نَه چیزی که ارزش فهمیدن داشته باشد. در حقیقت، ریاضیدانان زیادی در قرن نوزدهم از بی نهایت بعنوان مفهومی ناخوشایند و مبهم یاد می کردند و باور داشتند که هیچ جایگاهی در مباحث ریاضی جدی ندارد. در بهترین حالت، بی نهایت موضوعی بود که می‌توانست در میان فلاسفه به بحث گذاشته شود. در همین مضمون بود که «جورج کانتور» نخستین شواهد از وجود بی نهایت را در سال ۱۸۷۴ منتشر کرد. او که در روسیه به دنیا آمده و در آلمان بزرگ شده بود، شواهدی شگفت‌انگیز و بحث برانگیز ارائه داد که نه تنها ماهیت بی نهایت را تعریف کرد، بلکه حتی مشخص نمود که بی نهایت‌های متعددی وجود دارد و برخی بی نهایت‌ها بزرگتر از دیگری بودند. آنچه این دستاورد را بسیار قابل توجه کرد این بود که او کل شواهد را از یک شاخه باستانی و به ظاهر بی‌مصرف از ریاضی بدست آورده بود که به نظریه «مجموعه‌ها» مشهور شد.

نظریه مجموعه‌ها

نظریه مجموعه (Set Theory) به طرز خنده‌آوری ساده به نظر می آید، اما بعنوان یکی از قوی‌ترین ابزارها در ریاضی مدرن شناخته می شود. ایده اساسی آن را می توان در کارهای ارسطو جستجو کرد که بیان می دارد: اعداد می توانند در مجموعه‌هایی گروه‌بندی شوند. همین. البته خود این گزاره را می توان به صورت خلاصه در آورد: اشیا را می توان در مجموعه‌هایی گروه‌بندی کرد. می توانید اعداد 1، 2، 3 و 4 را در مجموعه {1، 2، 3، 4} قرار بدهید و آن را مجموعه «الف» نام‌گذاری کنید. حتی می توانید حرف «د»، ساندویچ ماهی، رمان توماس هاردی و سیاره نپتون را در مجموعه {«د»، ساندویچ ماهی، رمان توماس هاردی و سیاره نپتون} قرار دهید و آن را مجموعه «ب» بنامید.

خب لابد فکر می کنید این نظریه چیزی نیست که شما را تحت تاثیر قرار بدهد، اینطور نیست؟ اما نکته جالب توجه این است که ما فقط چند گام با آن نگرش بزرگ در راستای افشای بی نهایت فاصله داریم. حالا بگذارید فرض کنیم شما آن دو مجموعه‌ای را که در بالا توصیف کردیم، با هم مقایسه می کنید. کدام یک بزرگتر است، مجموعه الف یا مجموعه ب؟ اگر در قالب عبارات فردی درباره آن فکر کنید، شاید یک تکلیف بی معنی بنظر برسد؛ برای مثال، چطور می توانید رمان توماس هاردی را با عدد ۳ مقایسه کنید؟ در اینجا، نکته کلیدی این نیست که به

عبارات خاص نگاه کنید، بلکه باید به تعداد عبارات توجه کنید. چون چهار عبارت در هر دو مجموعه وجود دارد، آن‌ها اندازه یکسانی دارند.

چطور استنباط کردید که چهار عبارت در هر دو مجموعه وجود دارد؟ حدس می زنم اکثر شما به سادگی تعداد عبارات موجود در هر مجموعه را شمرده و سپس آن‌ها را مقایسه کرده‌اید. اما بگذارید فرض کنیم شما هیچ چیزی درباره اعداد نمی دانستید و نحوه شمارش را بلد نبودید. در این صورت چطور می توانستید دو مجموعه را مقایسه کنید؟ خب این سوال قدری عجیب و غریب به نظر می آید، اما بخشی از آنچه نظریه مجموعه را جالب و قوی می کند این است که می تواند به طور کامل جدا از تمامی دیگر ریاضیات باشد؛ یعنی ما نیازمند راهی برای مقایسه مجموعه‌ها بدون تکیه بر شمارش هستیم.

حتی اگر اصلا نمی دانستید چند عبارت در هر یک از آن دو مجموعه وجود دارد، همچنان مقایسه آن‌ها می تواند کار ساده‌ای باشد. فقط باید به مجموعه «الف» نگاه کنید و با عبارتی در مجموعه «ب» تطبیق دهید. شما باید این فرایند را تا آنجایی ادامه دهید که دیگر هیچ عبارتی در مجموعه‌های الف و ب باقی نمانده باشد. با رفتن از چپ به راست، می توانید ۱ را با «د»، ۲ را با «ساندویچ ماهی»، ۳ را با رمان «توماس هاردی» و ۴ را با «سیاره نپتون» جفت کنید. بدون نیاز به دانستن دقیق اینکه چند عبارت در هر مجموعه وجود دارد، می دانیم که دو مجموعه اندازه یکسانی دارند. این عامل با عنوان «تناظر یک به یک» شناخته می شود و این اجازه را به ما می دهد تا بدون نیاز به شمردن عبارات موجود در مجموعه‌ها به مقایسه آن‌ها بپردازیم. احتمالا می توانید ببینید که آن بخش آخر چگونه ما را به آستانه در بی نهایت می برد. تاکنون، فقط وانمود می کردیم که نمی توانیم تا چهار بشماریم، اما اگر مجموعه‌ای با عبارات بی نهایت درست کنیم، چه می شود؟ مثالی که از قدیم وجود دارد این است که یک مجموعه حاوی اعداد طبیعی می باشد و همه‌شان اعداد صحیح غیرمنفی هستند که با صفر شروع می شود.

مفهوم ریاضی الف صفر

در الف صفر، مجموعه‌ای داریم که به طور کلی از اعداد طبیعی تشکیل یافته است. حال کدام یک بزرگتر است، الف صفر یا الف صفر +۱؟ وقتی درباره بزرگترین اعداد متناهی حرف می زنیم، مفهوم «به اضافه ۱» همواره خود را نشان می دهد. با دلایل خوب، همواره می توانید ۱ را به عددی متناهی اضافه کرده و چیزی حتی بزرگتر بدست آورید. اما آیا این در خصوص الف صفر هم کارساز است؟ خب، بگذارید «ساندویچ ماهی» را از مجموعه خودمان قرض بگیریم و به مجموعه اعداد طبیعی اضافه کنیم؛ خب حال مجموعه‌ای با عبارات «الف صفر به اضافه ۱» داریم.

همانطور که ذکر شد، تنها راه مقایسه این دو مجموعه، استفاده از تناظر یک به یک است. ساندویچ ماهی را در آغاز یک مجموعه قرار می دهیم و مجموعه «پ» نام‌گذاری می کنیم، اما مجموعه «ت»، مجموعه‌ای است‌اندارد از اعداد طبیعی خواهد بود. پس مجموعه «پ» عبارتست از {ساندویچ ماهی، ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ ...}، اما مجموعه «ت» عبارتست از {۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ ...}. ما ساندویچ ماهی را با صفر، صفر را با ۱، ۱ را با ۲، ۲ را با ۳، ۳ را با ۴ و ۴ را با ۵ ... تطبیق خواهیم داد. هنوز عبارات بی نهایت در هر دو مجموعه وجود دارد و می توانیم بدون اینکه عبارتی کم بیاوریم، تا آنجا که دوست داریم از تناظر یک به یک بهره ببریم. یعنی الف صفر و الف صفر به اضافه ساندویچ ماهی دقیقا یکسان و برابر هستند.

این یک نتیجه واقعا عجیب و دور از عقل سلیم است. گئورگ کانتور این جمله مشهور را در هنگام بحث پیرامون ریاضی موارای بی نهایت به زبان آورد: «آن را می بینم، ولی باورش نمی کنم.» و مسئله از این هم عجیب‌تر می شود. در اینجا یک سوال مطرح می شود؛ کدام مجموعه بزرگتر است، مجموعه اعداد طبیعی زوج یا مجموعه‌ای که تمامی اعداد آن طبیعی‌اند؟ یک دیدگاه متناهی به ما می گوید که همه اعداد زوج و فرد باید دو برابر همه اعداد زوج باشند، اما تناظر یک به یک مشخص می کند که تا زمانی نظریه مجموعه در کار است، آن دو برابر هستند. وقتی بی نهایت را به ۲ ضرب

می کنید، هنوز با بی نهایت روبرو هستید.

حال اجازه دهید یک چالش جدی را مطرح کنیم. خب در مورد مجموعه‌های با اعداد تمام منطقی چه شرایطی حاکم است؟ یعنی تمام اعدادی که می توانند بعنوان کسری از دو عدد صحیح بیان شوند. ما درباره مجموع بی نهایت بزرگ {...، ۵/۱، ۴/۱، ۳/۱، ۲/۱، ۱/۱} حرف می زنیم که مجموعه بی نهایت بزرگ {...، ۵/۲، ۴/۲، ۳/۲، ۲/۲، ۱/۲} و مجموعه بی نهایت بزرگ {...، ۵/۳، ۴/۳، ۳/۳، ۲/۳، ۱/۳} و غیره پس از آن مجموعه وجود دارند. ما در مورد مقداری بی نهایت از مجموعه‌های بی نهایت حرف می زنیم.

اگر قرار باشد چیزی ما را به عدد بی نهایت بزرگتری از الف صفر نزدیکتر کند، باید فقط به شیوه فوق عمل کرد، این طور نیست؟ می توانیم تناظر یک به یک را میان همه اعداد طبیعی و همه اعداد منطقی انجام دهیم، به طوری که ۱ صورت کسر باشد، اما همچنان کفایت نمی کند. ولی هنوز می توان یک تناظر یک به یک میان دو مجموعه تشکیل داد. برای اینکه نشان دهیم چطور می توان چنین کاری انجام داد، باید جدول ساده‌ای درست کنیم. بگذارید تمامی اعداد منطقی را که در آن ۱ صورت کسر است، در ردیف اول قرار دهیم، همه اعداد منطقی با ۲ به عنوان صورت کسر در ردیف دوم قرار دهیم و این کار را تا زمانی انجام دهیم تا ستون‌ها و ردیف‌های بی‌شماری داشته باشیم:

۱/۱, ۱/۲, ۱/۳, ۱/۴, ۱/۵ ...

۲/۱, ۲/۲, ۲/۳, ۲/۴, ۲/۵ ...

۳/۱, ۳/۲, ۳/۳, ۳/۴, ۳/۵ ...

۴/۱, ۴/۲, ۴/۳, ۴/۴, ۴/۵ ...

۵/۱, ۵/۲, ۵/۳, ۵/۴, ۵/۵ ...

...

خب می دانیم که جالب به نظر نمی رسد، اما در اینجا شاهد بخش‌های آغازین یک جدول بی نهایت هستیم و همه اعداد منطقی ممکن در اینجا نمایان خواهند شد. این واقعیت که ما توانسته‌ایم در هر صورت این جدول را بسازیم، اعلام می دارد که تناظر یک به یک امکان‌پذیر است، اما بگذارید ببینیم دقیقا چطور می توان این کار را انجام داد. در ابتدا، عدد طبیعی اول ۰ را با ۱/۱ تطبیق دهید. بعد، به قسمت پایینی ستون بروید و ۱ را با ۱/۲ تطبیق بدهید. حال به صورت مورب به بالا بروید و ۲ را با ۲/۱ تطبیق بدهید. سپس، به ستون اول بازگردید و ۳ را با ۱/۳ تطبیق دهید. در صورت حرکت به صورت مورب، ۴ با ۲/۲ و ۵ با ۳/۱ مطابقت پیدا می کند. می توانیم این کار را برای هر دو مجموعه به طور بی نهایت انجام داد. این واقعیت که سرعت حرکت ما در اعداد طبیعی بسیار سریع تر از اعداد منطقی است، اهمیت ندارد. آنچه اهمیت دارد این است که راهی برای آرایش اعداد منطقی در یک مجموعه بی نهایت پیدا کرده‌ایم.(سایت بی گ بنگ، مقاله درآمدی مختصر بر مفهوم بی نهایت)

[2] بی‌نهایت کوچک‌ها، کمیت‌هایی هستند که بیش از هر عدد حقیقی استاندارد به صفر نزدیک اند ولی صفر نیستند. این اعداد در مجموعهٔ اعداد حقیقی معمول وجود ندارند ولی در سیستم‌های عدد دیگر مثل اعداد سوررئال و اعداد ابرحقیقی وجود دارد.(سایت ویکی پدیا)

تاریخچه مفهوم شگفت انگیز بی نهایت، از گذشته های دور ذهن ریاضی دانان را به خود مشغول کرده بود. هر چند برخی معتقدند که مفهوم بی نهایت برای نخستین بار در تمدن هند باستان

مطرح شده است، اما می توان گفت که نخستین کار جدی در مورد بی نهایت در عرصه ریاضیات به دوران یونان باستان و تحقیقات اقلیدس بر روی اعداد اول باز می گردد. اقلیدس در کتاب مشهور " اصول " خود هر چند مستقیماً نامی از بی نهایت نمی برد، اما به طور ضمنی به آن اشاره می کند که " بزرگترین عدد اول، از حاصل ضرب هر تعداد مفروضی از اعداد اول هم بزرگتر است ". پس از اقلیدس، پژوهش در مورد بی نهایت توسط سایر ریاضی دانان همچنان ادامه یافت تا سرانجام نماد ? به عنوان نماد این مفهوم اسرارآمیز پا به عرصه ریاضیات گذاشت. با آغاز عصر جدید، پژوهش در مورد بی نهایت همچنان ادامه یافت. در این دوران " گاتفریدویلهلم لایبنیتز " و " ایزاک نیوتن " برای نخستین بار از وجود مفهوم جدیدی به نام " بی نهایت کوچک " در عرصه ریاضیات پرده برداشتند. بی نهایت کوچک که عملا از همان مفهوم بی نهایت مشتق شده است، عددی مثبت است که از هر عدد مثبت مفروض دیگری کوچکتر است. بدین ترتیب " بی نهایت " به همراه پسر عموی کوچک خود یعنی بی نهایت کوچک، پایه های عرصه بدیعی از ریاضیات به نام " حساب دیفرانسیل و انتگرال " (حسابان) را شکل دادند و این گونه بود که بی نهایت عملا به مهمترین مفهوم در علوم و مهندسی جدید تبدیل شد.(سایت بی گ بنگ، مقاله کانتور و اسرار بی نهایت)

کمیت های بینهایت کوچک یا infinitesimals تاریخ پر فراز و نشیبی در ریاضیات داشته اند. استفاده از این مفهوم در طی قرون ۱۲ تا ۱۶ میلادی در میان ریاضیدانان هندی معمول بوده است. به هنگام اولین مراحل توسعه حساب دیفرانسیل و انتگرال در قرن هفدهم، ریاضیدانانی همچون لایبنیتز برای توضیح و تسهیل انجام عملیاتی که اکنون با عنوان فرایند حدگیری شناخته می شود، آزادانه از آنها استفاده می کردند.

استعمال این مفاهیم به گونه ای غیر رسمی انجام می گرفت و اگرچه به نظر می رسید که این استعمال بر مبنای یک درک شهودی قوی صورت می گیرد، با این حال احساس شد که مباحث مرتبط با کمیت های بینهایت کوچک حتی می تواند منجر به نتایج نادرست گردد. لذا این کمیت ها در نظر ریاضیدانان مبدل به چیزهایی نامطلوب شدند و این در حالی بود که همچنان، اگرچه به طور غیر سیستماتیک، مورد استفاده فیزیکدانان و مهندسان قرار داشتند. حتی ادعا شد که ایده یک کمیت بینهایت کوچک ذاتا با خودش در تناقض است.این ادعای اخیر کاملا بی مورد است. آنچه حقیقتا می توانست گفته شود این بود که دستگاه های کلاسیک اعداد (همچون مجموعه اعداد گویا) که در آنالیز مورد استفاده قرار می گیرند دارای عنصر بینهایت کوچکی غیر از صفر نیستند. همواره این بحث مطرح بوده است که آیا دستگاه اعداد مفیدی می توان یافت که کمیت های بینهایت کوچک را نیز داشته باشد؟

لایبنیتز معتقد بود که باید این امکان وجود داشته باشد که دستگاهی از اعداد ساخته شود که هم شامل کمیت های بسیار بزرگ است و هم کمیت های بسیار کوچک را در بر دارد و در عین حال همان مناسباتی که در بین اعداد معمولی وجود دارد در این دستگاه نیز برقرار باشد. اما تقریبا بلافاصله انتقاداتی جدی نسبت به استفاده از مفهوم بینهایت کوچک مطرح شد و تلاشهایی صورت گرفت تا حساب دیفرانسیل و انتگرال بر مبنایی که عملیاتی بتوان به آن متکی بود شکل گیرد. بالاخره در قرن نوزدهم واپراشتراس ظاهرا کاملا سختگیرانه و منطقی از پدیدآورده که به شدت بر پایه دستگاه اعداد حقیقی (که همانطوری که می دانیم دارای خاصیت ارشمیدسی است و لذا عنصر بینهایت کوچک غیر صفر ندارد) و آنچه که امروزه تحت عنوان تعریف حد(با اپسیلن و دلتا) شناخته می شود استوار بود.

اما در دهه ۱۹۶۰ Abraham Robinson دریافت که مفهومی وجود دارد که برنامه اولیه لایبنیتز می تواند به طور کاملا منطقی بر مبنای آن صورت گیرد. اشارات و مواردی که امروزه آنالیز غیر استاندارد نام گرفته است بسیار فراتر است از استفاده خاص در حساب دیفرانسیل که مد نظر لایبنیتز بود.

[3] مالصدرا در بیان اقسام بی نهایت و تفکیک بین بی نهایت بالقوه و بی نهایت بالفعل می فرماید:

و منها أن غير المتناهي على معنيين: أحدهما بالقوة و هو غير المتناهي اللايقفي

و ثانيهما بالفعل و هو غير المتناهي العددي، و مقدورات الله تعالى عند المتكلمين غير متناهية بالمعنى الأول لا بالمعنى الثاني لأنهم منكرون لوجود الغير المتناهي بالفعل مرتبا كان أو غير مرتب متعاقبا كان أو مجتمعا و التفاوت إنما يجوز في غير المتناهي بالمعنى الأول كقبول الجسم عند الحكماء للأنصاف المتداخلة غير المتناهية و الأبعاد المتداخلة غير المتناهية و الثانية نصف الأولى.(الحكمة المتعالية، ج ۷، ص ۳۱۸)

شهید مطهری بی نهایت بالقوه را این گونه تبیین می کند:

اعداد متناهی نیستند؛ يعني اگر اعداد را بيان كرده و بالا برويم و بگوييم ۱، ۲، ۳،...، ۱۰۰۰،...، ۱۰۰۰۰۰۰،... هر چه بالا برويم به عددی كه ما فوق آن نتوان عددی را فرض كرد نمی‌رسيم. هر عددی را كه ما فرض كنيم باز هم ما فوق آن عددی فرض می‌شود، بلكه برای آن دو برابر هم فرض می‌شود، بلكه خودش ضرب در خودش هم فرض می‌شود، خود آن به قو ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و... هم فرض می‌شود. هر عددی ر كه شما اعتبار كنيد و بگوييد اين آخرين عدد است باز هم بالاتر از آن عدد است. اين است كه می‌گويند اعداد غير متناهی است.

اما **اينكه می‌گويند اعداد غير متناهی است، منظور غير متناهی بالفعل نيست، بلكه منظور «غير متناهی لا يقفی» است**. لايتناهی بالفعل يعنی اينكه ما يك موجود بالفعل غير متناهی داشته باشيم، مثل اينكه كسی بگويد ستاره‌های عالم بالفعل غير متناهی‌اند، ذرّات عالم بالفعل غير متناهی‌اند؛ كه اگر كسی گفت ستاره‌ها بالفعل غير متناهی است، بايد بگوييم ما الآن غير متناهی عدد ستاره در خارج داريم. اين يك مسأله است. اما آنكه می‌گويد عدد غير متناهی است، به اين معنا نمی‌گويد. منظور غير متناهی لا يقفی است. غير متناهی لا يقفی به ذهن ما برمی‌گردد، به خارج مربوط نيست؛ يعني ذهن ما هر عددی را كه اعتبار كند عدد در آنجا متوقف نمی‌گردد؛ امكان اعتبار عددی ديگر كه يكی بيشتر يا دو تا بيشتر يا دو برابر آن يا هزار برابر آن باشد هست. اين را می‌گويند «لا يتناهی لا يقفی». شيخ همين جا اشكال خود را وارد می‌كند.(مجموعه آثار شهید مطهری، ج ۷، ص ۵۶۷-۵۶۸)

تناهی به دو معناست: يكی تناهی عددی، و ديگر تناهی لا يقفی.

نامتناهی عددی آن است كه شیء بالفعل موجود و نامتناهی باشد، مثل خط و سطح و جسم بالفعل موجود باشد و نهايت نداشته باشد. و نامتناهی لا يقفی آن است كه بالفعل موجود نباشد، بلكه به هر مرتبه كه رسد باز در آن چيزی بتوان فرض نمود.چنانچه حكما گويند كه جسم قابل قسمت است الی غير النهايه، كه هر اندازه جسم را تقسيم كنيم باز هم قابل قسمت است و به انتهاء نمی‌رسد. و اينكه حكما گويند نامتناهی وجود ندارد مقصود نامتناهی عددی است، ولی نامتناهی لايقفی جائز و واقع است، مثل اينكه جسم به نامتناهی تقسيم می‌شود و اين قسمتها به جايی نمی‌رسند كه ديگر تقسيم نشوند. حكمای قديم يونان می‌گفتند ابعاد نامتناهی است.(مجموعه رسائل عرفانی و فلسفی،ص ۲۶۹)

اين اصطلاح اولين بار در كلام ارسطو به كار رفته است. او در اين باره می گويد:

قال الإسكندر: هل المتحرك على عظم ما يتحرك في أول حركته على أول جزء منه، أم لا؟ و ذلك أن كل حركة إنما صارت في زمان لأنه ليس يمكن أن يتحرك المتحرك على الشیء الموضوع ليتحرك عليه دفعة، لكنه يقطع منه شيئا بعد شیء؛ فإذا هذا هكذا، فالمتحرك يتحرك أولا على أول جزء من أجزاء

الجزء الذي يتحرك عليه. فإن كان الأول في الجزء يمر بالنهاية، فكل حركي يصير متحركا على أشياء بالنهاية؛ و. الأشياء أولية و النهاية بالنهاية ما دام يتحرك متحركا آخر، فإنه يكون متحرك بعد ذلك؛ و كل متحرك يتحرك بالنهاية التي تقطع مسافته، فنقول: إنه لا بد - إذ كانت قسمة الأشياء المتصلة بالنهاية - من أحد أمرين: إما أن تكون الحركة الواحدة على الجزء الأول، وأن تكون قد توجد على الجزء الأول من الجزء إنما هو من قبل أن في الجزء المتصل جزء يتقدم و جزء يتأخر. و ذلك أنه ليس الأجزاء في المتصل بحال غير الحال التي نقول بها إن المتحرك نفسه يقطعها؛ فكيف إذا يوجد بعض الأجزاء متقدما و بعضها متأخرا في المتصل، إما بالفعل أم بغير الفعل؟ فنقول: إنه ليس شيء من الأعظام المتصلة أجزاؤه منفصلة، و لا هي في الكل بالفعل، لأن الجزء إنما هو غير منقسم بالفعل؛ و لو كان منقسما بالفعل، لما كان جزءا واحدا، و لا كانت الحركة واحدة. فإذ كانت الأجزاء التي في الكل ليست بالفعل فيه **فقد بقي أن يكون في الكل الذي هو متصل بالقوة، و يكون المتقدم و المتأخر المتصل إنما هو بالقوة لا بالفعل، و يكون المتحرك عليه إنما يتحرك على الجزء الأول أولا على الحال التي يوجد بها الجزء في الجزء، و وجوده فيه بالقوة.** فعلى هذه الجهة إذا يتحرك عليه. و إنما يفعل هذا من قبل أنه يتحرك عليه من غير أن يقسمه و من غير أن يجعل جزءا منه أولا و جزءا ثانيا بالفعل. و المتحرك إذا تحرك على هذه الجهة على العظم فإنما يكون متحركا في الأجزاء الأولى على حسب ما هي في العظم بالنهاية، و **وجودها في العظم بالنهاية إنما هو بالقوة**. و معنى قولنا: إنه غير متناهية بالقوة، لا تقطع مسافته؛ بل إنما وضعنا ذلك فيما كان بالفعل.(أرسطو عند العرب، صفحه: ۲۷۸)

او در جای دیگر در مورد بی نهایت های بزرگ(در اعداد) و کوچک(در مقادیر) چنین می نویسد:

كل واجب أيضا أن يكون غير المتناهي أما بالزيادة فقد يظن أنه لا يمكن أن يتجاوز و بالواجب أن يكون غير المتناهي أما بالقسمة فقد يمكن؛ و ذلك أن <غير المتناهي و> الهيولى محاط بها من الخارج، و هي الشيء المقدار، و أما بالقسمة فقد يمكن أن يتجاوز **كل مقدار غير متناه.** و السبب في ذلك أن الواحد غير منقسم - أيّ واحد كان - مثل الإنسان إنه إنسان واحد لا كثير، و **العدد إنما هو آحاد كثيرة و كمية ما. فقد يجب أن نقف عند ما لا ينقسم**، فإن الاثنين و الثلاثة إنما هي أسماء، و كذلك واحد من سائر الأعداد. **فإن أما ذاهبة إلى الكثرة فقد يمكن توهمه دائما.** و أما المقادير فإن الأمر فيها بالضد، و ذلك أن المتصل قد ينقسم بالنهاية؛ غير أنه في العظم ليس يكون غير متناه. لأنه بأيّ مقدار كان يمكن أن يكون بالقوة، فإنه بذلك المقدار يمكن أن يكون بالفعل. فإذ ليس يوجد أصلا مقدار محسوس غير متناه، فليس يمكن أن يكون يفضل على كل مقدار محدود، لأن ذلك لو جاز لقد كان سيكون ما هو أعظم من السماء.(أرسطوطالیس، جلد: ۱، صفحه: ۲۶۳)

در کلمات سایرین:

و الجواب: أنّ النهاية إمكان القسمة خاصّة للأجسام كلّها. و كما لا يلزم من اشتراك الكلّ و الجزء في الجسميّة اشتراكهما في خصوص المقدار، كذلك لا يلزم من اشتراكهما في خاصّة الجسم، و هي إمكان القسمة، اشتراكهما في خصوص المقدار. سلّمنا أنّ الشيئين إذا اشتركا في عدم النهاية في عدم التفاوت، و لكن لا نسلّم اشتراكهما في عدم التناهي **فيما يكون أعدادها الغير المتناهية حاصلة بالفعل. أمّا إذا كانت بالقوّة فلا**، كيف و الوجود يكذّبه.

ألا ترى أنّ الأولى المتضاعفة إلى غير النهاية بالقوّة و الإمكان فيها من المئات الغير المتناهية بالقوّة عشرة أمثالها، و من العشرات مائة أمثالها، مع أنّ عدد كلّ عقد من الثلاثة غير متناه بالقوّة؛ بمعنى أنّ إلى أيّ حدّ انتهينا في العدد أمكن الزيادة عليه؛ لكن لمّا لم تكن هذه الأولى الغير المتناهية حاصلة بالفعل، لم يلزم من الاشتراك في اللانّهاية التساوي في الأعداد(حکمة الإشراق (تعلیقة مال صدرا)، جلد: ۱، صفحه: ۳۲۲)

السادس أن العدد ليس بمتناه و معناه أنه لا توجد مرتبة من العدد إلا و يمكن فرض ما يزيد عليها و كذا فرض ما يزد على الزائد و لا تقف السلسلة حتى تنقطع بانقطاع الاعتبار و يسمى غير المتناهي اللايقفي و لا يوجد من السلسلة دائما بالفعل إلا مقدار متناه و ما يزيد عليه فهو في القوة و أما ذهاب السلسلة بالفعل إلى غير النهاية على نحو العدول دون السلب التحصيلي فغير معقول فالكل و المجموع لغير المتناهي بهذا المعنى لا تحقق فيه لشيء من النسب الكسرية كالنصف و الثلث و الربع و إلى عاد متناهيا. (نهایة الحکمة، ص ۱۱۲-۱۱۳)

[4] آنالیز، آنالس به انگلیسی: (Analysis)، واکافت، واکاوی ای تجزیه و تحلیل شکستن یک مجموعه به بخشهای کوچک برای فهم بهتر آن است. به عبارت دیگر، آنالیز، تجزیه و تحلیل دادهها برای گرفتن نتیجهٔ پیچیدهتر نیز میتواند باشد.

در دانش شیمی، آنالیز به تجزیه نمونه و بررسی آن اطلاق میشود که در شاخه شیمی تجزیه دنبال میگردد. در دانش ریاضیات و آمار، آنالیز به بررسی احتمالات و ریزحالتها میپردازد.(سایت ویکی پدیا، مدخل آنالیز)

آنالیز ریاضی بخشی از ریاضیات است که با مفاهیم حد و همگرایی سروکار دارد و در آن موضوعاتی مثل پیوستگی و انتگرالگیری و مشتقپذیری و توابع غیرجبری بررسی میشود. این موضوعات را معمولاً در عرصهٔ اعداد حقیقی یا اعداد مختلط و توابع مربوط به آنها بحث میکنند ولی میتوان آنها را در هر فضائی از موجودات ریاضی که در آن مفهوم «نزدیکی» (فضای توپولوژیک) یا «فاصله» (فضای متریک) وجود دارد به کار برد. آنالیز ریاضی از کوششهای مربوط به دقیق کردن مبانی و تعریفهای حسابان سر برآورده است.

آنالیز ریاضی دارای چندین زیرشاخه به این شرح است:

آنالیز حقیقی

آنالیز مختلط

آنالیز عددی

آنالیز تابعی

آنالیز هارمونیک

آنالیز غیراستاندارد (سایت ویکی پدیا، مدخل آنالیز ریاضی)

آنالیز شاخه ای از ریاضیات است که با اعداد حقیقی و اعداد مختلط و نیز توابع حقیقی و مختلط سر و کار دارد و به بررسی مفاهیمی از قبیل پیوستگی، انتگرال گیری و مشق پذیری می پردازد. از نظر تاریخی آنالیز در قرن هفدهم با ابداع حساب دیفرانسیل و انتگرال توسط نیوتن

و لایپ نیتس پایه ریزی شد. در قرن هفدهم و هجدهم سر فصل های آنالیزی از قبیل حساب تغییرات، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، آنالیز فوریه در زمینه های کاربردی توسعه فراوانی یافتند و از آنها به طور موفقیت آمیز در زمینه های صنعتی استفاده شد. در قرن هجدهم تعریف مفهوم تابع به یک موضوع بحث بر انگیز در ریاضیات تبدیل شد.

در قرن نوزدهم کوشی با معرفی مفهوم سری های کوشی اولین کسی بود که حساب دیفرانسیل و انتگرال را بر یک پایه منطقی استوار کرد. در اواسط قرن نوزدهم ریمان تئوری انتگرال گیری خود را که به انتگرال ریمان معروف است ارائه داد، در اواخر قرن نوزدهم واریشتراس مفهوم حد را معرفی کرد و نتایج کار خود بر روی سریها را نیز ارائه داد، در همین دوران ریاضیدانان با تلاش های زیاد توانستند انتگرال ریمان را اصلاح نمایند.

در اوایل قرن بیستم هیلبرت برای حل معادلات انتگرال فضای هیلبرتی را تعریف و معرفی نمود. از آخرین تحولات در زمینه آنالیز می توان به پایه گذاری آنالیز تابعی توسط یک دانشمند لهستانی به نام باناچ نام برد .

آنالیز به دسته های زیر تقسیم بندی می شود :

آنالیز حقیقی: به مطالعه بر روی حد ها، مشتقات، انتگرال ها سریهای توانی می پردازد

آنالیز تابعی: به معرفی نظریه هایی از قبیل فضاهای باناچ و نیز فضای هیلبرت می پردازد

آنالیز هارمونیک: در این شاخه از آنالیز سری های فوریه مورد مطالعه قرار می گیرد

آنالیز مختلط: به بررسی توابع مختلط و خواص این توابع از قبیل مشتق پذیری و انتگرال گیری می پردازد

آنالیز عددی: آنالیز عددی الگوریتم حل مسئله در ریاضیات پیوسته(ریاضیاتی که جدا از ریاضیات گسسته است) را مورد مطالعه قرار میدهد.

آنالیز عددی اساسا به مسائل مربوط به متغیرهای حقیقی و متغیرهای مختلط و نیز جبر خطی عددی به علاوه حل معادلات دیفرانسیل و دیگر مسائلی که از فیزیک و مهندسی مشتق میشود. تعدادی از مسائل در ریاضیات پیوسته دقیقا با یک الگوریتم حل میشوند. که به روش های مستقیم حل مسئله معروف اند. برای مثال روش حذف گائوسی برای حل دستگاه معادلات خطی است و نیز روش سیمپلکس در برنامه ریزی خطی مورد استفاده قرار میگیرد. ولی روش مستقیم برای حل خیلی از مسائل وجود ندارد و ممکن است از روشهای دیگر مانند روش تکرارشونده استفاده شود، چون این روش میتواند در یافتن جواب مسئله موثرتر باشد.

تخمین خطاهای موجود در حل مسائل از مهمترین قسمت های آنالیز عددی است این خطاها در روش های تکرار شونده وجود دارد چون به هرحال جوابهای تقریبی بدست آمده با جواب دقیق مسئله، اختلاف دارد و ای وقتی که از روش های مستقیم برای حل مسئله استفاده می شود خطاهایی ناشی از گرد کردن اعداد بوجود می آید. در آنالیز عددی می توان مقدار خطا را در خور روش که برای حل مسئله به کار می رود، تخمین زد. الگوریتم های موجود در آنالیز عددی برای حل بسیاری از مسائل موجود در علوم پایه و رشته های مهندسی مورد استفاده قرار می گیرند. برای مثال از این الگوریتم ها در طراحی بناهایی مانند پل ها، در طراحی هواپیما ، در پیش بینی آب و هوا، تهیه نقشه های جوی از زمین، تجزیه و تحلیل ساختار مولکول ها، پیدا کردن مخازن نفت، استفاده می شود، همچنین اکثر ابر رایانه ها به طور مداوم بر اساس الگوریتم های آنالیز عددی برنامه ریزی می شوند. به طور کلی آنالیز عددی از نتایج عملی حاصل از اجرای محاسبات برای پیدا کردن روش های جدید برای تجزیه و تحلیل مسائل، استفاده میکند.(وبلاگ ریاضی ریاضی است، مقاله

آنالیز ریاضی)