فصل سوم: نسبت و انواع آن

[ما یک نسبت به معنای مطلق رابطه داریم،یک نسبت و رابطه داریم که فوق و ورای مقولات است؛

۱. نسبت عام ّنفس الامری

«مطلق رابطه». رابطه نفس الامری بین هر چیز و هر چیز می آید. بین کم و کیف می آید .بین جوهر و عرض می آید.این را هم ما اسمش را می گذاریم «نسبت و رابطه به معنای عام نفس الامری». خودش از لحاظ تحلیل مباحث بسیار ظریفی دارد و یکی از براهینی هم که در آن مقاله عرض کردم

[1] برهان فرارابطه است. آنجا که عرض کردم «فرارابطه»، یعنی این رابطه؛ رابطه عام نفس الامری که ورای مقولات عشر است. اجناس عالیه بینشان می تواند رابطه می تواند برقرار باشد. رابطه نفس الامری که ما به الاشتراک ذاتی، دو تا جنس الاجناس ندارند.مثل کم با کیف هردو جنس الاجناسند ما به الاشتراک در جنس ندارند.ما به الاشتراک ذاتی ندارند اما یک نحو اشتراکاتی نفس الامری ِوراء مقوله و ماهیت دارند. علی ای حال می بینیم یک نحو اشتراک دارند.هر دو در وصف امکان اشتراک دارند.ممکن الوجودند.کم ممکن الوجود است کیف هم ممکن الوجود است.در این وصف اشتراک دارند.بگویید امکان که جنس و ذاتی نیست، نباشد سلّمنا؛ ولی خالصه یک رابطه اشتراکی بینشان هست.این رابطه به معنای عام را کنار بگذارید.

۲.نسبت مقولی

یک نسبت دیگر داریم که نسبت مقولی است. یعنی در مقولات عشر هفت تا عرض داریم که به آن ها می گوییم: «اعراض نسبیه و مقولات نسبیه» این جا هم نسبت به کار می بریم. این نسبت دیگر در کم و کیف و جوهر نیست. فقط در هفت تا عرض است. این هفت تا مقوله نسبی در بادیه و نهایه و جوهر النضید و... بحثش شده است.آن هم باز مقصود ما نیست. اصلا بیرون از کم است.هفت تا مقوله نسبی بیرون از کم است.آن را هم بگذاریدش کنار.

۳. نسبت در ریاضیات

بیایید وارد شوید درخصوص مقوله کم. وقتی وارد مقوله کم می شوید حالا در دل مقوله کم یک نسبت داریم.یعنی در علم ریاضیات یک نسبت داریم خاص ّخود کم. نسبتی که بین مقادیر مطرح است؛ نه نسبت بین دو تا جوهر ای نسبت بین زمان و مکان و جِده و این ها. نه درست در مقوله کم، این نسبت مطرح است. سرو کار ما الان با این نسبت است. همان نسبتی که گفتم او را عمل تقسیمی آورده است.عمل، خیلی نقش دارد.عمل تقسیمی، بازگشت ضرب است. این عمل تقسیمی باعث شده که در فضای مقادیر فقط نسبت مطرح شود. پس شما هر وقت در ریاضیات می گویید: «نسبت این مقدار با آن مقدار» اصال ًهذه تان نباید برود به نسبت مقولات نسبیه ای

نسبتی که به معنای رابطه نفس الامری عمومی است، خصوصا در عالم مقدار.

بازگشت عمل ضرب

خب این نسبتی که در عالم مقدار است یعنی چه؟یعنی بازگشت عمل ضرب.اگر یک مقداری در مقدار دیگر ضرب شود نسبت حاصل ضرب به یکی از این دو تا عامل های ضرب، می شود تقسیم. اسم این تقسیم را ما می گذاریم «نسبت». و لذا اگر می گویی نسبت شش به دو می گویی چند می شود؟ می شود سه.یعنی خارج قسمت، ضرب در مخرج مساوی با صورت.(خارج قسمت×مخرج=صورت) سه دو تا شش تا.صورت همیشه دارد تقسیم می شود مقسوم است. مخرج، مقسوم علیه است.کسر شش دو تا مساوی سه، آن سه خارج قسمت است که عمل ضرب را برعکسش کرده ایم؛ این خیلی روشن است.این عمل تقسیم آمد و پیاده شد در مقادیرِ کم منفصل که عدد است و مقادیر کم متصل قار که هندسه است.

تبیین نسبت ریاضی

من یک مقدمه عرض می کنم. ببینید شما مثلاً یک ستونی دارید در ساختمان.یک خودکاری هم دارید کنار دستتان گذاشته اید. اگر بگویم که این ستون را مثل به هفت قسمت مساوی تقسیم کنید بلند می شوید با فرض خودمان به هر وسیله ای به هفت قسمت مساوی این ستون را تقسیم می کنید.بعد می گویم خودکار هم دستتان است این را هم به سه قسمت مساوی تقسیم کنید.خودکار تقسیم شد به سه قسمت مساوی آن هم آن ستون بلند به هفت قسمت مساوی تقسیم شد.حالا بگویید خب آن هفت این هم سه پس نسبت ستون به خودکاری که دست شماست هفت است به سه. درست حرف زدیم؟آن را تقسیم کردیم به هفت قسمتِ مساوی، این را هم تقسیم کردیم به سه قسمت مساوی. پس نسبت هفت است به سه.درست گفتیم؟ نه؛ چرا؟

چیزی را که تقسیم می کنند واحدهایش باید برابر باشند.باید عادّ مشترک داشته باشند.بله اگر بیایید خود این خودکار را شروع کنید روی ستون بغلطانید ببینید چند خودکار است؟ بعد می گویید من این خودکار را که روی ستون بردم دیدم تعداد دفعاتش مثلا شد 15تا، حالا خوب شد.می گویید نسبت ستون به خودکار نسبت 15 است به یک.اینجا نسبت، 15 است به یک .آنجا اشتباه کردید که گفتید نسبت، هفت است به سه.چون واحدهای در تقسیم ستون به هفت، واحدهای مختلفی است با واحدهای در تقسیم خودکار به سه.غلط است که این دو تا را با هم بسنجیم. وقتی می توانید بگویید نسبت، که یک عادّی هر دو را بشمارد. و لذا وقتی خودکار ستون را شمرد، حالا خوب است؛ می گویید نسبت ستون به خودکار، نسبت 15 است به یک.نسبت خودکار به ستون، نسبت یک است به15.

حالا آمد و خودکار را گرداندید و رفتید شد 15.5.یعنی یک خرده ستون بلندتر است از 15تا ولی شانزده هم نیست. اینجا باید چه کار کنیم؟الان راه چیست؟می خواهیم نسبت برقرار کنیم.نسبت این ستون با خودکار چند است؟15 که نشد چون بیشتر دارد.16 هم نشد چون باز ستون کم می آوریم.این جا مجبور هستیم واحد عاد را کوچکش کنیم.مثلااگر 15.5 است از این خودکار واحد را 30 میگیریم.نصف خودکار را می گیریم واحد.حالا می گوییم کل این ستون 30. یعنی نصف واکاره شد.حالا با نصف خودکار می رویم جلو، وقتی رسیدیم به 15 چند تا نیم داریم؟سی تا. آن باقی مانده اش هم نیم است می شود یک.می شود سی و یک.بعد می گوییم نسبت ستون به خودکار، سی و یک به دو. چون الان خودکار را دوتایش کرده ایم.

حالا اگر به جای این که خودکار نصفش باشد، ثلثش بود خب اینجا مجبوریم مخرج را وسیع تر بگیریم. عاد را کوچک می کنیم.حالا آمدیم باز کمتر شد این واسطه،خلاصه می رویم در دل اعداد تا برسیم به یک واحد خیلی کوچکی که می گوییم مثلاً این چند ملیون-ام یلی متر هم برویم

جلوتر-یک صدم ِمیلی متر، عادّ واحد شد.پس ستون نسبتش به این خودکار برقرار است، فقط خودکار و عددش رفته بالا.همان طوری که آن جا یک شد بود، الآن هم می گوییم مثال ً نسبت ستون به این خودکار، نسبت 50 میلیون است به هزار؛چون عاد ام کوچک شد، ولی علی ای حال نسبت برقرار است.

نسبت ریاضی؛ بین اعور متجانس

خب این که الان ذهن شریفتان آماده شده من این مقدمه را به آن ضمیمه کنم.در عالم مقادیری که می خواهیم تقسیم کنیم اگر دو تا مقدار نامتجانس باشد، نسبت برقرار نمی شود مثل ساری عوارد. شما بین شیرینی با سایه نمی تواند نسبت برقرار کند.متجانس نیستند. نسبت شیرینی به سایه چیست؟نسبتی ندارند غیر از آن نسبت عامی که الان تقسیم بندی کردیم.نسبتی ندارند چون متجانس نیستند در این فضای ما .بله می تواند بالعرض نسبت برقرار کند.بگویید مثال سایه چند درجه دارد، شیرینی هم چند درجه دارد.این سایه‌اش بیست درجه است آن ده درجه است.می گوییم نسبت بیست است به ده. خود این عدد را بالعرض، مشترک فرض گرفتیم بین دو چیزی که با هم تشارک ندارند.علی ای حال طرفین نسبت، باید با هم متجانس باشند تا بتوانید بین این دو تا نسبت برقرار کنید.پس بین خط با سطح بین سطح با جسم تعلیمی با حجم نسبت برقرار نمی شود.همیشه بین دو تا خط نسبت برقرار می شود یا بین دو تا سطح نسبت برقرار می شود.نمی شود بگویند نسبت این خط به آن سطح چیست؟نسبتی ندارند.چون متجانس نیستند.این هم یک نکته خوب.

خب الان می آییم این جا ستونی که طول بود به عنوان یک خط، با خودکاری که باز به عنوان یک خط طول بود متجانسند یا متجانس نیستند؟متجانسند، لذا به راحتی بینشان نسبت برقرار کردیم با عاد مشترک.اما اگر نامتجانس باشند، این عادّ را که الان دنبالش هستیم ندارد.شما می گویید این خط چندتاست؟ می گویید مثال ً 5 سانتی متر. آن مربع چند تاست؟می گویید مثال 7سانتی متر مربع.واحد ِاین، مربع است و واحد آن، طول است.عادّ مشترک ندارند که بخواهد آن تقسیم بر این شود.

از عجایب کاری که اینجا کشف شد و بحران اول ریاضیات را صورت داد این بود. ارتکازا ً همه ریاضیدان ها می گفتند خالصه وقتی ما دو تا خط مستقیم داریم نسبت بین خط کوچک تر و بزرگ تر و کوچک تر و بزرگ تر برقرار می شود. به چه معنا؟یعنی خالصه می رویم تا به یک عاد کوچک بسیار ریز می رسیم که خطّ بزرگ تر را ملیون ها بار می شمرد و خطّ کوچک تر را هزارها بار. باورشان نمی شد که ما می توانیم دو تا پاره خط مستقیم داشته باشیم که این دو تا متجانسند -چون هردو خط مستقیم- اما متبایننند.

متجانس متشارک؛ متجانس متبایین

متشارک، متبایین؛ متشارک یعنی عادّ برایشان پیدا می شود ولو خیلی ریز. اما این ها در پیشرفت ریاضی رسیدند به دو تا خط که اگر تا بی نهایت هم جلو بروید، به یک جزء بسیار ریزی که حتی در بی نهایت، عادّ ِمر دو باشد و عدد صحیح، نمی رسید. این واویال بود.این معنایش چه بود؟معنایش این بود که نمی توانستید بگویید نسبت او به او. چون الان وقتی شما واحد را خودکار می گرفتید و 15.5می شد، مجبور بودید چه بگویید؟ بگویید نسبت ستون به خودکار 15 به یک است؟ نه.«15و خرده ای» به یک است.تا یک عادّ مشترک پیدا نمی کردید، دقیقا ً نمی توانستید بگویید نسبت. در ریاضیات که خرده ای نیست.ریاضیات باید جواب روشنی به شما بدهد که مطلوب معلوم شود. کشف مقادیری متجانس اما غیرمتشارک-یعنی عادّ مشترک ولو تا بی نهایت جلو بروید برای او پیدا نشود-این همه دم و دستگاه نسبت تناسب را به هم ریخت.

دایکال دو

خب حالا یک مثالی می تواندی برای ما بزنی؟بله قاعده فیثاغورث برایشان معلوم بود.مجموع مربّع دو تا ضلع برابر است با مساحت مربع وتر.

حالا یک مربع رسم کنی و قطرش را بکشی.مربع یک ضلع اگر فرض بگیریم یک واحد است.این یک واحد، مربعش هم می شود یک در یک. مساحتش می شود یک.

آن ضلع مجاور آن هم یک است؛ چون مساویند. مربع است دیگر.آن ضلع مجاور هم مربعش یک در یک،مساحتش می شود یک.پس دو تا مساحت داری هر دو یک متر مربع.قاعده می گوید پس مربع قطر مربع وتر این مثلث قائم الزاویه برابر است با مجموع مساحت دو تا مربع.این دو تا مربع مجموعش چند می شود؟یک و یک می شود دو. پس مربع وتر ام مساحتش می شود دو.

متبایی یعنی چه؟متبایی یعنی اگر می خواهی بگویی نسبت قطر به ضلع، بایدِ عادّ مشترک داشته باشند.تا بی نهایت اگر بروی به یک خط بسیار ریزی نمی تواندی برسی که بگویی مثلا قطر n میلیارد بار است ضلع هم n میلیون بار است. کوچک تر است از او دیگر! این بود که خیلی کشف عظیمی بود و بحران درست کرد چه بحرانی! تناسب را به هم ریخت.دم و دستگاه قسیم تمام شد دیگر.در قسیم می گفتند نسبت مربّع قطر وتر به ضلع چند است؟همین الان ما که می گوییم 2 جذرش را بگیر.جذر 2 می شود ۱/۴۱۴ بروی عدد اعشاری تا بی نهایت. یعنی نمی رسی به صفر، دائماً باید بگویی تقریباً.تقریبا هم که قسیم نشد.نسبت نشد.

لذا ریاضیدان ها الان این کار را می کنند؛ عدد را با یک نماد ترکیبی می گویند.می گویند: «جذر دو» ببینی خود «دو» را می آورند، آنی که اگر ضرب در خودش بکنیم و به توان دو برسانیم، می شود دو. چون مربعش را داریم.مربعش موجود است و جلوی چشم ماست.ضلعش هم جلوی چشم ما موجود است.همه این ها را داریم.کاری هم نمی توانیم بکنیم در هندسه.چه عددی است؟عدد ندارد. آقای فیثاغورث! فیثاغورثیان! چه طور گفتی نظام عالم بر عدد است؟عدد مقدس است که همه عالم را ساخته است؟! قطر مربع، جلوی چشم ما هیچ عددی نمی تواند نشان بدهد ولو تا بی نهایت بروی.عددی نداریم.فقط باید بگوییم جذر دو.یعنی همانی که مبهم و مجهول است. اصلاً نیست. می گوییم نه! این که خطش را داری می بینی.مربعی را هم که تشکیل داده است، داری می بینی. اما قطر مربع -این وتر مثلث قائم الزاویه با دو ضلع واحد را- نمی توانی بگویی چند است؟ هیچ عددگویا ندارد.حتی نسبت بین دو تا عدد نمی تواند باشد.

گنگ بودن جذر دو، رادیکال دو، این که ریشه دو محال است،برهان های متعددی دارد. ؛ در اینترنت ببینی. می گویند خلاصه باید یک جایی باید برسد که به صورت نشانش بدهیم.می گویند لازمه این که بخواهد جذر او باشد این است که a حتما زوج باشد، b هم حتما زوج باشد و این خلف فرض است.از طریق برهان خلف می گویند اصلاً محال است رادیکال 2 را به صورت نسبت دو عدد a,b نشانش بدهی.خلاصه ای زوج است ای فرد. از این که بیرون نیست. با برهانی که می گویند، لازمه اش این است که هردویش زوج باشد و وقتی هر دویش زوج بود کسر ساده ای که ساده ترین کسر باشد، نیست. چند تا برهان برایش می آورند[2].]

---

[1] اشاره به مقاله «سه برهان تنبیهی بر مبرهن البرهان»

[2] افاده شده در جلسه سوم تاریخ و مباحث ریاضیات

بازبینی #1
ایجاد شده 10 دسامبر 2023 06:33:00 توسط ... .
به روزرسانی شده 10 دسامبر 2023 06:36:05 توسط ... .