

تامدقم: لوا لصف

- نآ اءه عومءم و دادعا (فلا)
- نآ باتزاب و تاى رطن؛ روتناك (ب)
- روتناك هى رطن نى بى بى (ج)

نآ یاه هعومجم و دادعا (فلأ

نآ یاه هعومجم و دادعا (فلأ

۱. یعی ب ط دادعا هعومجم

و دوشیم عورش کی زا هک [2] یعی ب ط دادعا هعومجم ردّالثم هک تسأ نأ ، هءاس یلیخ بلاطم زا» [1] دینک ادیپ یعی ب ط دادعا زا یزیچ دیناوتیمن رگید ، هعومجم نأ زا وضع ود نیب . دوریم تیاهن نیب ات و تسأ هس ، ود زا دعب . یچی ه ؟ تسأ یددع هچ ، هس و ود نیب ، تسأ یعی ب ط دادعا اب ناتراک و رسی تقو ، تسأ تروص نأ هب حیحص دادعا مامت . یفنم و تبثم حیحص دادعا نینچمه . تسین یزیچ اه نآ نیب ، تسین یرگید وضع ، هعومجم کی زا وضع ود نیب ینعی .

۲. ایوگ دادعا هعومجم

رکف نآ هب مدآ ی تقو ؛ تسأ یروآباجعا و مهم رایسب ریبعت ، میوریم [3] ایوگ دادعا غارس ی تقو اما ددع ود نیب تبسن نأ هک یددع نآ ینعی ؟ تسیچ ایوگ دادعا هعومجم . دریگیم شتهب اعقاو دنکیم هس ، موس ود . فصن ینعی ؛ مود کی میوگیم اما ، میتشادن یددع ، ود و کی نیب نآ . دوشیم لصاح دادعا اه نأ . دینکیم ادیپ ددع دیراد هس و ود نیب ؛ موس کی و ود ، دوب هک یاهلصاف نیمه ینعی . مراهچ دنتسه ایوگ و قطنم هک یدادعا . دنوشیم یبسن

هدرشف ؛ ایوگ دادعا هعومجم

نأ . [4] تسأ هدرشف ایوگ دادعا هعومجم : دنیوگیم اهنادیضایر هک تسأ نأ بیرغ و بیجع زیچ نیب اهن تهن ، دینک ادیپ اچک ره رد ایوگ ددع ود ره ینعی هدرشف . تسأ مهم یلیخ ؟ هچ ینعی هدرشف آلثم ایوگ ددع ود رگا . تسأ یلیخ ؛ تسأ ایوگ ددع تیاهن نیب هرابود هکلب ، تسین ددع کی طقف اه نآ دیسرب ییاج هب و دیورب ولج تیاهن نیب ، دینک کی دزن مه هب مادم امرسک اب ار موس کی اب مود کی ار شرکف ی تقو . تسأ ایوگ ددع تیاهن نیب ، ایوگ ددع ود نآ نیب زاب ، تسأ تخس شروصت هک نامه زا وضع تیاهن نیب ، وضع ود ره نیب هرابود ینعی . تسأ یروآتهب رما کی یگدرشف نأ ، دینکیم . تسأ هءاس شکرد نأ . دنیوگیم یگدرشف ، نأ هب ؛ تسه هعومجم

ارامش ؛ ایوگ دادعا هعومجم

یضایر یاضف رد هک یناهرب اب - تسأ نأ ، تسأ روآتهب و دوب متسیب نرق دروآهر هک هچ نآ اما هچ هب ارامش . [5] تسأ ارامش ، تسأ هدرشف هک ایوگ دادعا یاه هعومجم نأ : دنیوگیم هک - هدش تباث اب ، تیاهن نیب یقوق رظن زا . یعی ب ط دادعا هعومجم اب دراد [6] کی هب کی رطانت ینعی ؟ تسأ انعم . تسأ رفص فلاشیود ره ، [8] ینیفسنارت دادعا حالطصا هب . [7] تسأ یکی یعی ب ط دادعا

دادعا اب یعی ب ط دادعا هعومجم نأ . دوبن یاهلصاف شوضع ود ره نیب ؛ دوبن هدرشف یعی ب ط دادعا زا . دنتسه یکی ، ندوب تیاهن نیب روز رظن زا ، تسأ وضع تیاهن نیب ، شوضع ود ره نیب هک ییایوگ

اب دراد کی هب کی رطانت ینعی ارامش . ارامش و دنتسه رفص فلا ،ود ره ،اهتیهانیب دادعا رطن
یعیب ط دادعا هعومجم

- [9] □□□□ □□ □□□□ □□□□

،رفص فلا .یلاعت م دادعا ؛دنیوگیم ینیفسنارت ددع .تسا اهتیهانیب یاهدع مان ،رفص فلا
تیهانیب یعیب ط دادعا اب هک یتیهانیب هعومجم ره و تسا یعیب ط دادعا نامه هک تسا اهنآ نیلوا
تیهانیب هجرد و میرامش ب ار نآ میناوتیم ؛تسا ارامش ،دشاب هتشاد کی هب کی رطانت ،لوا
تسا ربارب شتوق یعیب ط دادعا هجرد اب شن دوب

یقیق ح دادعا هعومجم ۳۰

دوب نیاهم الاح

ارامشان ؛یقیق ح دادعا هعومجم

اچنیا زا .دنرادن کی هب کی رطانت ؛درمش ار نآ ناوتیمن ینعی .تسا ارامش ان یقیق ح دادعا هعومجم
؛تسین هدرشف یفاک هزادنا هب اما ،تسا هدرشف دنچره ایوگ دادعا هعومجم هک میریگیم هجیتن
ار یطاقن ،روحم یور زاب اما ،تسا ددع تیهانیب زاب ددع ود نیب ولو ینعی .دنراد هک تسا یریبع
ریذپم سرریغ مه و ریذپم سر دادعا مه ،ایوگریغ دادعا رد .تسا گنگ و تسین ایوگ هک مینکیم ادپ

لثم ،تسا ریذپم سر هک یگنگ دادعا ای تسین ریذپم سرالضا هک [10] یپ ددع لثم ،دنتسه
،هطقن نیا ،ینیبیم هک ار هطقن نیا دنیوگیم ؛میهدیم شنانشن راگرپ و شکطخ اب هک ود لاکیدار
تسا نیا ،نآ هطقن یلو ،دینک نایب ایوگ ددع کی هب ار نآ دیناوتب تسا لاحم .تسین ایوگ ددع
دادعا هعومجم رد هک میراد ددع تیهانیب زاب ،تسا هدرتسگ ردق نیا هک ایوگ دادعا دش مولعم سپ

»[12].[11]تسا مهم یلیخ نیا ؛تسین ایوگ

تاسلج هلمج زا فلتخم تاسلج رد هک تسا یبللاطم یروآدرگ و میظنت ،ورشیپ هتشون [1]
هسلج و 26/9/1398 خیرات قودص دیحوت حرش هسلج و یغونصم شوه هقف مود و یس و مهزای ،متشه
هب ماگ ییادخاب هلاقم نتم زا ،تادافا رهوالع .تسا هدش هدافا تایضایر خیرات یلامچا رورم موس
هدش حرطم بسانت هب هقف لوصا چراخ تاسلج رد هک هلاقم نیا حرش تاریرقت و مود لصف رد ماگ
میاهدرب هرهب تسا

تیهانیب ات و دنوشیم عورش (۱) کی زا هک دنتسه یدادعا تبثم حیحص دادعا ای یعیب ط دادعا [2]
یارب و (تسا یفنم و تبثم دادعا نایم زرم رفص ددع) دوشیمن رفص لماش و .دنراد همادا (n ددع)
نیموس نیا» رد لاثم روطه(بیترت یارب و «تسا زیم یور هکس شش» رد لاثم روطه(ب)شرامش
یارب هدافتسا دروم تغل ،تایضایر یسانشحالطصا رد .دنوریم راک هب «تسا روشک رد گرزب رهش
تبثم حیحص دادعا هعومجم نامه یعیب ط دادعا هعومجم .تسا «بیترت دادعا» یعقاو ءایشا شرامش
یعیب ط ددع ،هداس نایب هب .تسا کی و لوا دادعا ،بکرم دادعا لماش دادعا نیا ،تسا {۱'۲'۳ و ...} ینعی
ددع لاثم یارب ،دنوشیم هدافتسا یعیب ط رصانع ندرمش یارب و دراد دوجو تعیب ط رد هک تسا یددع

(ای دپ یکی و تیاس). دن تسین یعی ب ط دادعا هعومجم رد و دن رادن دوجو تعی ب ط رد یفنم دادعا ای رفص

هک تسا **یددع**، **تایضایر** ملع رد (Rational number: **یسیلگنا** هب) یرسک ددع ای ایوگ ددع [3]

ج رخم q و رسک تروص p هک یروط هب (p/q) ای **رسک** تروص هب دن اوتیم رب حیحص ددع میسقت زا هک دن تسه یی اهرسک ایوگ دادعا، رگید ترابع هب. دوش نایب (دشاب رسک؛ دشاب کی ددع اب ربارب دن اوتیم q هک ییاجنآ زا. دشاب هدمآ دیدپ (رفص زج هب) رگید حیحص ددع. دن تسه زین ایوگ ددع، یباسح و یعی ب ط، حیحص دادعا یمامت سپ

ایوگ دادعا یضایر دامن

یادتبا زا **ونائپ هپزوج** باختنا هب هک دنوشیم هداد شیامن Q فرح ابّالومعم ایوگ دادعا **هعومجم** تساهدش ذخا، **تمس قجراخ** یانعم هب، **quoziente** ییایلاتیائمهملک

فی رعت

هتشداد یعی ب ط ددع کی ام رگا: درک فی رعت تروص نیدب ار ایوگ دادعا هعومجم ناوتیم یلک روطه ب x مه (هک یطرش هب ای) هک یروط هب؛ مینک میسقت (y) الثم) یرگید رب (x) الثم) ار نآ و میشاب هانگنآ؛ دشابن رفص اب ربارب (ج رخم) y و؛ دشاب (Z) حیحص دادعا هعومجم وضع (ج رخم) y مه و (تروص) دوب دهاوخ ایوگ یددع (رطن دروم رسک) y هب x تبسن

ود ره نیب هک تسا نیا روظنم. دراد ار ندوب **لاگج** مهم تیصاخ [ایوگ دادعا هعومجم] هعومجم نیا [4] و \cdot نیبّالثم. دراد دوجو - رگید یایوگ ددع تیاهن یب تقیقح رد یرگید یایوگ ددع زیامت یایوگ ددع یایوگ دادعا ۱

$$1/2 . 2/3 . 3/4 . 4/5 . 5/6 n/(n+1)$$

یایوگ دادعا \cdot و نیب، دنراد رارق

$$1/3 . 2/5 . 3/7 . 4/9 . 5/11 n/(2n+1)$$

(۳۰۳-۳۰۴ ص ۲، ج، تایضایر خیرات). دنراد رارق

اب نآ زا کی هب کی یرطانت ناوتب ای دشاب یهانتم ای رگا تسارامش هعومجم کی، تایضایر رد [5] درک داجیا یعی ب ط دادعا هعومجم.

ینعی؛ دشاب هتشداد دوجو یعی ب ط دادعا هب نآ زا کی هب کی یعبات رگا تسارامش هعومجم کی، ال داعم ار هعومجم نآ یاضعا هکنیا ای، دوش طبترم یصاصتخا و یعی ب ط یددع هب دیاب هعومجم نآ زا یوضع ره دیابن هاگچه شرآمش نیا، یهانتمان یاضعا دادعت تلح هب هکنیا اب، درمش یکی یکی ناوتب دبای نایاب.

دادعت) نآ یلصا ددع رگا تسارامش هعومجم کی، ارامش باختنا لصا صرف اب، رت یا هفرح نایب هب هک یی ارامش هعومجم هب. دشابن رتشیب یعی ب ط دادعا هعومجم هب تبسن (هعومجم نآ یاضعا دن یوگی میهانتمان یارامش دشابن یهانتم.

ینعی، درک تابثا ار ارامشان یاه عومجم دوجو هک یسک، تسا روتناک جرج هب بستنم موهفم نیا یقیقح دادعا عومجم^۱ الثم؛ دنشابن ارامش هک ییاه عومجم

فیرت

هتیلانی دراک اب نآ لانیدراک ددع ای تسایهانت م ای هک، دنمانیم (شرامش لباق) ارامش ار یاه عومجم ارامشان^۲ عومجم، تسین ریذپشرامش هک یاه عومجم هب. تسایکی تبثم و حیحص دادعا^۳ عومجم ریذپشرامش S یهانت مان^۴ عومجم کی هک یم اگن هب. دوشیم هتفگ (شرامش لباقریغ^۵ عومجم) (ایذپ^۶ یکیو تیاس). دوشیم هداد ناشن 0 اب نآ لانیدراک ددع، تسای

، ارامش، یهانت مان، یهانت م یاه عومجم هحفص، قطنم هب دمآرد تیاس هب نینچمه هنیمرز نیا رد هعجارم ارامشان و ارامش، یهانت مان، یهانت م یاه عومجم هلاقم، یضایر دشر هلجم و ارامشان دیامرف.

one-to-one: یسیلگنا هب) (کی هب کی رطانت ای) هیوسود رطانت کی تایضایر رد [6] ره هک نیا طرش هب دوشیم هتفگ عومجم ود یاضعا نایم یعبات هب (bijection ای correspondence چه اه عومجم زا مادکچه رد. دشاب هدش تفج رگید یه عومجم زا وضع کی اقیقد اب عومجم ره زا وضع درادن دوجو ی تفج نودب وضع

عومجم ود نیا رگا. تسای X هب Y زا نوراو عبات کی یاراد Y عومجم هب X عومجم زا ییوسود عبات ره دادعت هک تسای نیا^۷ هدنهدنانشن اهان^۸ یاضعا نایم کی هب کی رطانت دوجو تروص نیا رد دنشاب یهانت م ندمآ دوجو هب ثعاب اهرطانت نیا یهانت مان یاه عومجم دروم رد. تسای ربارب عومجم ود نیا یاضعا دن تسه توافقتم یاهت یاهن یسرب یارب یشور هک دندش لانیدراک دادعا موهفم

، دراد مان تشگیاج عومجم نآ دوخ هب عومجم کی زا ییوسود عبات ره

فیراعت: لاثم ناو نع هب. دن تسه یروض یرازبا یضایر ثحابم زا یرایسب یارب ییوسود عباوت ی تیخیرناسمه و ی تیخیرکی

فیرت

دنشاب رارقرب ریز طرش راهج دیاب دشاب ییوسود Y عومجم هب و X عومجم زا f عبات هک نیا یارب

، دشاب هدش تفج Y عومجم وضع کی لقادح اب دیاب X عومجم وضع ره

، دشاب هدش تفج Y وضع کی زا شیب اب دیابن X وضع چه

و دشاب هدش تفج X عومجم وضع کی لقادح اب دیاب Y عومجم وضع ره

، دشاب هدش تفج X وضع کی زا شیب اب دیابن Y وضع چه

تروص هب یهاگ ود و کی یاه طرش. تسای X یه ناماد اب یعبات f هک دننکیم نیمضت ود و کی یاه طرش دوش تفج Y عومجم زا وضع کی اب اقیقد X عومجم وضع ره دیاب: دوشیم هتشون مه طرش کی عباوت فیرت مه همراه طرش. دنراد مان اشوپ عباوت دن تسه اراد ار موس طرش هک یعباوت و رگا تسای یوسود عبات کی هک تفرگ هجیتن ناوتیم ترابع نیا هب هجوت اب. تسای کی هب کی اشوپ مه دشاب کی هب کی مه رگا طقف

لاثم

نازوم آشناد همه دنکیم هدهاشم و دننیشنب اهیلدندص یور دیوگیم نازوم آشناد هب سالک رد ملعم ربارب اهیلدندص و نازوم آشناد دادعت دریگیم هجیتن و دنتسه رپ اهیلدندص مامت و دناهتسشن اب زوم آشناد ره ندرک تفج اب هک تفرگ هجیتن ناوتیم فیرعت طرش ۴ یسررب اب .تسا درک داجیا اهیلدندص و نازوم آشناد نایم کیهبکی رطانت ناوتیم شیلدندص

،(تسین اپرس مادکچه) دناهتسشن نازوم آشناد مامت

.تسا هتسشنن یلدندص کی زا شیب یور یزوم آشناد چه

و دنتسه رپ اهیلدندص مامت

.تسا هتسشنن رفن کی زا شیب یلدندص چه یور

و نازوم آشناد دادعت هجیتن رد و تسا رارقرب کیهبکی رطانت اهیلدندص و نازوم آشناد نایم سپ .تسا ربارب اهیلدندص

نکیزاب ۱۱ رگا .تسا یزاب نیمز رد اناهگیا و (رگید شزرو ره ای) لابتوف نانکیزاب رگید لاثم هب رطانت شهگیا اب نانکیزاب ره ندرک تفج اب میریگب رطن رد میت بیگرت رد هاگیا ۱۱ و (ایدپ یکیو تیاس).دنوشیم هدروآرب قوف طرش ۴ نوچ .دیآیم تسد

زا وضع ره یازا هب و B زا وضع کی A زا وضع ره یازا هب و دنشاب هعومجم و B و A رگا :کیهبکی رطانت A?B. میسیونیم و دنراد کیهبکی رطانت B و A میوگیم ،دشاب هتشاد دوج و A زا وضع کی B

حضاو تروص نیارد ، $B = \{a,b,c,d,f\}$ و $A = \{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$:مینک ضرف رگا ،لاثم یارب :دینکیم هطحالم ریز لکش هب ار کیهبکی رطانت نیارد . $A=B$:هک تسا

A:	۱	۲	۳	۴	۵	۶
	↕	↕	↕	↕	↕	↕
B:	a	b	c	d	e	f

یتیدودجم چه B و A هعومجم و دنیب کیهبکی رطانت موهفم ،دندرک تقد فیرعت رد هک روطنامه هب ،میربب راکه ب تقد هب ار موهفم نیارگا و دنکیم ندادجا هعومجم و دنیب ندوب یهانتیمان یارب جوز یعیبط یاهدع هعومجم و یعیبط یاهدع هعومجم هک دادناشن ناوتیم ریز تروص هب و یگداس :N?۲N :ینعی ؛دنراد کیهبکی رطانت

N:	۱	۲	۳	۴	۵	۶
	↕	↕	↕	↕	↕	↕
۲N:	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲

(ارامشان و ارامش ،یهانتیمان ،یهانتیم یاههعومجم هلاقم ،یضایر دشر هلجم)

$f: X$ کی هب کی رطانت کی رگا اهنت و رگا تسا ربارب Y و X یهانت م عومجم ود یاهرصنع دادعت [7]
هک یتلاح یارب ار اهرصنع دادعت یواسن ترابع هک دنچره .دشاب هتشاد دوجو Y و X نیب Y
مینک رکف دشاب یعیبط دسریم رظن هب ،میریمن راک هب دنتسه یهانت م Y و X یاهعومجم
ار کاردا نیام .دنتسه هزادنا کی یاراد ،دنتسه کی هب کی رطانت رد هک یهانت م عومجم ود
مینکیم نیب ریز تروص هب:

کی Y و X نیب هاگره ،دربیم راک هب نآ یارب ار Y X دامن و دنیوگیم ناوتمه ار Y و X عومجم ود
(۱۲۲ ص ،نآ یاهدرب راک و ایهعومجم یرظن) .دشاب هتشاد دوجو Y X کی هب کی رطانت

آموزل و دنا یهانت م دادعا مامت زا رتگرزب اهنت هک انعم نیدب ،دنا یهانت م ادعا یهانت مارت دادعا [8]
وا .دش عادبا روتناک جروج طسوت (transfinite) یهانت مارت ترابع .دنتسین قلطم یهانت م
رب لکش نیدب ات ،دشاب هدرک تیهانیب هملک هب ینمض یاهراشا هملک نیب اب هک تساوخم
هملک نیب هب تبسن رضاعم ناگدنسیون زا یخرب لاح نیب اب .دشاب هدرک هراشا ناشن دوبن یهانت م
تیهانیب یاهلانی دروا و اهلانی دراک یارب «تیهانیب» هملک ندرب راک هب نونکا ؛دنتسه ددرم
ایدپ یکیو تیاس).دوشیم هدرک راک هب زونه زین یهانت مارت هملک لاح نیب اب .تساهدش هتفریذپ
(

سرد هسلج رد رضاح ناتسود زا یکی لاؤس [9]

دع: (۱) تیهال میهافم نیببت رد یضایر میهافم درب راک» یروآدرگ هلاقم هب هنیمز نیب رد [10]
دیامرف هعجارم هیکدف تیاس رد یپ ددع هحفص و «یپ

یغونصم شوه هقف مهذای هسلج [11]

میناوخم نینچنیب نیفسنارت دادعا دروم رد تایشایر خیرات باتک رد [12]

ان تیعطاق لیلد هب .تسا یرشب نهذ تا عادبا نیرتمهم زا یکی اه عومجم دیدج یضایر هیرظن
نآ زایشان تابثا زاتم یاهشور یخرب لیلد هب و دوشیم تفای نآ رد هک ییاه هدی زا یخرب لومعم
رایسب تیمها هیرظن نیب هممه زا رتالاب یلو تسا هتفای یریذپان فصو تیباذج اه عومجم هیرظن
هنیمز زا رایسب میمعت و عیسوت ،حوضو ،انغرد هیرظن نیب .دراد تایشایر مامت رد آب یرقت یدایز
تسا یساسا الماک تایشایر ینابم هعلاطم رد نآ شقن و تسا هدوب رثؤم هزادنا یب تایشایر یاه
یوس زا قطنم و هفسلف و وس کی زا تایشایر نیب طابترا یاه هقلح نینچمه اه عومجم هیرظن
هب کی رطانت رد ار اهنت ناوتب رگا طقف و رگا دنیوگ زرا مه ار عومجم ود .دهدیم لیکشت ار رگی
داد رارق کی

یهانت م یاه عومجم یلصا دادعا .دنتسه یلصا ددع کی یاراد دنیوگیم دنشاب زرا مه عومجم ود یتقو
نینفسنارت دادعا هب یهانت م یاه عومجم یلصا دادعا .درک صخشم یعیبط دادعا اب ناوتم ار
زا هک هجوت لباق هلاقم یرس کی رد روتناک گروئگ طسوت راب نیلوا دادعا نیب هیرظن و دنا فورعم
هلجم و نلانا هشی تامتام یناملآ یاه هلجم رد تالاقم نیب بلغا .تفای طسب دش زاغآ ۱۸۷۴ لاس
هتفریذپ ار تیهانیب کی طقف انادیضایر ،روتناک هعلاطم زا لبق .دندیسر پاچ هب تایشایر
ددع نداد ناشن یارب زیامت نودب تمالع نیب و دشیم هداد ناشن هب هیش یتمالع اب هک دندوب
هتفرگ راک هب یقیقح دادعا هیلک عومجمو یعیبط دادعا هیلک عومجم ریطن ییاه عومجم رد اضعا
هب اهتیهانیب یارب یباسح و ساقم و دیدرگ حرطم یدیدج الماک هاگدید روتناک راک اب دشیم

دم آ تسد.

یسررب تحت یاه عومجم هک یدروم رد ،دنراد یدحاو یلصا ددع زرا مه یاه عومجم هک یساسا لصا نی رد رتشیپ هلیلاگ .دروآ یم شپ یروآ تفگش و بللاج یاه تیعضو دنشاب یهان تمان یاه عومجم ار تبثم حیحص دادعا هیلک عومجم ، n رطانت کمک هب ، هک دوب هدش هجوتم مه دزن اش نرق مود همین هب دیاب ورنیا زا داد رارق جوز و تبثم حیحص دادعا هیلک عومجم اب کي هب کي رطانت کي رد ناوتیم دادعا دادعت هک تفگ دیاب رظن هطقن نی زا ، و داد صاصتخا یدحاو یلصا ددع عومجم ود نی زا کی ره لصا هک درک هدهاشم ناوتیم گن رد یب تسا جوز تبثم حیحص دادعا دادعت ربارب تبثم حیحص یاه عومجم یلصا دادعا هک یعقوم رد تسا عجز زا رتگرزب لک هکنیا رب ینبم یسیدلقا عوضوم یهان تمان عومجم کي ، ۱۸۸۸ دودح رد دنیکی رد عقاو رد .دشاب زیاج دنناوتیم دننا ثحب دروم یهان تمان .دشاب زرا مه شدوخ یقیقح عومجم ریز کی اب هک درک فیرعت یا عومجم ار

فرح اب ار یلصا ددع نی روتناک)،داد میهاوخ ناشن d اب ار یعیبط دادعا هیلک عومجم یلصا ددع ام میهاوخ **ارامش** ار یلصا ددع نی اب یا عومجم ره و (پ .داد ناشن ینعی رفص سیدنا اب فلا یربع هب ناوتب ار نآ یاضعا رگا طقف و رگا تسا رامش هک دننام یا عومجم هک دوشیم هجیتن دیمان عومجم ره هک داد ناشن ناوت یم یناسآ هب نوچ .تشون (S?, S?, S?, ...) نایاپ یب هلابند تروص .تسا ینیفسنارت ددع «نیرتکچوک» d هک دوشیم هجیتن ،دراد ییارامش عومجم ریز یهان تمان رد هک ار مه عومجم ود ندوب ارامش ، اه عومجم هی رظن هرابرد دوخ یاه هلاقم نیلوا زا یکی رد روتناک .درک تابثا ،دنسریم رظن هب تیصاخ نی دجاو تمحز هب لوا هاگن

تسا نیاروطنم .دراد ار ندوب **لاگج** مهم تیصاخ عومجم نی .تسا ایوگ دادعا عومجم ، عومجم نیلوا .دراد دوجو - رگید ایوگ ددع تیهانیب تقیقح رد- یرگید ایوگ ددع زیامتم ایوگ ددع ود ره نیب هک

ایوگ دادعا ۱ و ۰ نیب آلثم

$$1/2 .2/3 .3/4 .4/5 .5/6n/(n+1)$$

ایوگ دادعا ۱ و ۰ نیب ،دنراد رارق

$$1/3.2/5.3/7.4/9.5/11.....n/(2n+1)$$

.... دنراد رارق

ایوگ دادعا عومجم ینیفسنارت ددع هک دیآ دوجو هب روصت نیاروتسا نکمم تیصاخ نیابجوم هب دنیوگ B دننام یا عومجم یلصا ددع زا رتگرزب ار A دننام یا عومجم یلصا ددع) .تسا dزا رتگرزب مه B یقیقح عومجم ریزچی ه اب A یلو ، دشاب زرا مه A یقیقح عومجم ریز کي اب B رگا طقف و رگا نآ تابثا تسا رامش ایوگ دادعا عومجم ،سکعرب و تسین نیچ هک داد ناشن روتناک (پ .دشاب زرا :تسا ریز تروص هب و بللاج

.تسا رامش ایوگ دادعا عومجم ۱: هیضق

...

زا رتعیسو رایسب ارهاط هک تسا یدادعا عومجم ، دش هعلاطم روتناک طسوت هک یا عومجم نیمود ...تسا ایوگ دادعا عومجم

.تسا رامش یربج دادعا هیلک عومجم ۲: هیضق

دنتسه ار امش یهانتمان یاه وعومجم همه هک دنامیم یقاب ناکما نیال بق هیضق ود هب هجوت اب دش هداد ناشن ریز مهم هیضق رد یروآ باجعا ناهرب اب روتناک طسوت نآ فالخ

تسارامشان $0 < x < 1$ هراب رد یقیقح دادعا هیلک وعومجم ۳ هیضق

دروم ار روتناک ندرک یرطق دنیارف هب موسوم یلومعمان شور و تسا فلخ ناهرب هب تابثا دادعا ناوتیم ضرف نیاب . تسا رامش وعومجم هک مینکیم ضرف تروص نیار د . دده یم رارق هدافتسا روط هب ناوتیم ار دادعا نیازا که ره . درک تسرهف $\{p_1, p_2, p_3, \dots\}$ دننام یا هلابند رد ار وعومجم دیفم بلطم نیایروآدای هطبار نیار د ؛ تشون موتخمان یراشعا رسک که تروص هب یدرفب رصحنم هب ناوتیم ار 0.3 دننام یددع الثم ؛ تشون ررکم یراشعا» تروص هب ناوتیم ار ایوگ ددع ره هک تسا میهدشیامن ریز هیارآ اب ار هلابند میناوتیم تروص نیار د . تشون $0.299999\dots$ تروص

$$1 = 0.a_{11} a_{12} a_{13} \dots$$

$$2 = 0.a_{21} a_{22} a_{23} \dots$$

$$3 = 0.a_{31} a_{32} a_{33} \dots$$

تسرهف رد هک یتقد مغریل لاج . تسا ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ ماقرا زا یکی فرعم هب a_{ij} نآرد هک دوش دراو تسرهف رد هتسناوت یمن هک دراد دوجو یددع تسا هتفر راک هب ۱ و ۰ نیب دادعا هیلک ندرک هب a_{kk} رگا $3 = b_k$ و $7 = a_{kk}$ هک یتروص رد $b_k = 7$ الثم ، نآرد هک تسا $b_1 b_2 b_3 \dots$ یددع نینچ $1, 2, \dots, n, \dots = k$ ره یازا

مقرر رد لقادح P_1 اب اریز ، دشاب توافتم p دادعا زا که ره اب دیاب و دراد رارق ۱ و ۰ نیب اراکش آددع نیای موس یراشعا مقرر رد لقادح P_3 اب ، دراد توافتم مود یراشعا مقرر رد لقادح P_2 اب ، دراد توافتم لوا یراشعا رد ناوتیم ار ۱ و ۰ نیب یقیقح دادعا همه هک نیزاعا ضرف بیترت نیدب . رخآ یلا و ، دراد توافتم . دشاب ارامشان دیاب وعومجم نیای اذلو ، تسین لوبق لباق ، درک تسرهف یا هلابند

تفرگ هجیتن ۳ و ۲ یایاضق زا اریز مهم هیضق روتناک

دندوجوم یلاعتم دادعا ۴ هیضق

هک داد ناشن ناوتیم یناسآ هب ، تسارامشان ۱ و ۰ نیب یقیقح دادعا وعومجم ۳ هیضق رب انب نوچ هجیتن . تسا رامش یربج دادعا وعومجم ۲ هیضق رب انب اما . تسارامش ان زین طل تخم دادعا وعومجم دوش یم تباث هیضق و دنشاب هتشاد دوجو دنتسین یربج هک طل تخم دادعا دیاب هک دوشیم ریغ ای ندوب لوبق لباق . تسین لوبق لباق انانادیضایر همه یارب ۴ هیضق یارب قوف ناهرب دوجو ینانادیضایر و تسایضایر دوجو یگنوگچ زام روصت هب طوبرم ناهرب نیای ندوب لوبق لباق دروم ناشدوجو هک ییاهزیچ زا یکی هک دوشیم تباث یعقوم طقف یضایر دوجو اهنآ معز هب هک دنراد هنومن داجی اب ار یلاعتم دادعا دوجو الاب ناهرب یلو . دوش هداد ناشن و هتخاس الممع تسا ثحب ناوارف ینتخاس ریغ عون نیای زایدوجو یاهناهرب تایضایر رد . دنک یمن تباث دادعا نینچ زایصخشیم تباث ، دوشیم ضقانت هب رجنم دوجو مدع ضرف هکنیای نداد ناشن اب اهنآ ضرف ، دوجو اهنآ رد هک دنا هب . دنا هدش یدنبلومرف یساسا نینچ رب ربج یساسا هیضق نیهارب زایرایسب الثم . ددرگیم نیشناج فرص یدایز شالت ، ینتخاس ریغ یدوجو یاهناهرب زانانادیضایر یخررب یدونشخان لیلد . دنهدیم ار ثحب دروم یاهزیچ زا یکی آلممع هک تسا هدش ییاهناهرب اب اهنناهرب نیای ندرک

ود . دنا توافتم الماک بلطم ود تسایلاعتم یصاخ ددع هک تابثا نیای و یلاعتم دادعا دوجو تابثا متیراگل هیاپ ، e ددع هک درک تباث ، ۱۸۷۳ لاس رد تیمرا . تسایراوشد رایسب هلئسم بلغایم . درک تباث ار ندوب یلاعتم راب نیلویارب ، ۱۸۸۲ لاس رد ، نامدنیل . تسایلاعتم یعیبط ندرک صخشیم یراوشد . دراد دوجو یتارودخم باتک نیای رد بللاج قیاقح نیای تابثا یارب هنافساتم مولعم زونه هک درک نشور تقیقح نیای اب ناوتیم ار یصاخ ضرورفم ددع ندوب یلاعتم ای ندوب یربج

ندوب یلاعتم تی هام تابثا هنی مز نی ا رد یدی دج درواتسد . تسا یلاعتم ای یربج هک تسینی نی ا دشابیم یربج یایوگ انددع کي b و تسا ۱ و ۰ زج یربج یددع a نآ رد هک تسا لکش هب یدادعا هزورما و هدمآ تسد هب (۱۹۰۶ دلوتم) دنوفلگ چیووپی س وا ردناسکلا طسوت ۱۹۳۴ لاس رد هک هجیتن هب ندوب یلاعتم تابثا یارب یا هلاس ۳۰ آب یرقت ششوک لصاح دوش یم هدی مان دنوفلگ هیضق .تسا هدوب 2 ، تربلیه ددع حالطصا

زا رتگرزب هعومجم نی ا ینیفسن ارت ددع ،تسا رامشان $0 < x < 1$ هزاب رد یقیقح دادعا همه هعومجم نوچ نی ا رب یلک هدیقع .مینک یم قالطا **هلصتم یلصا ددع** ار نآ و میهدیم ناشن c اب ار نآ ام .تسا d ییلصا ددع یاراد هک تسینی یا هعومجم چیه هکنیا ینعی ،تسا d زا دعب ینیفسن ارت ددع c هک تسا مرغریلع یلو تسا موسوم هلصتم صرف هب داقتع ا نی ا .دشاب c زا رتکچوک و d زا رتگرزب هدش جاتن تسا صرف نی ا زا یدایز جیاتن .تسا هدشن ادیپ نآ یارب یناهرب زونه دیش یاهششوک دش قفوم هتکن نی ا تابثا هب (۱۹۷۸) - (۱۹۰۶) لدوگ تروک یشیرطایقطنم ، ۱۹۴۰ لاس دودح هب و دنا هب تسا راگزاس اه هعومجم هیرطن هب طوبرم یروهشم هعوضوم لوصا هعومجم اب هلصتم صرف هک اب زین هلصتم صرف راکنا هک دز سدح لدوگ .دنشاب راگزاس هعوضوم لوصا نی ا دوخ هک یطرش هاگشناد زا نهوک .ج .لپ رتکد ۱۹۶۳ لاس رد ار سدح نی ا .تسا راگزاس اه هعومجم هیرطن هعوضوم لوصا هعومجم هیرطن هعوضوم لوصا زا هلصتم صرف هک داد ناشن بیترت نیدب و درک تباث دروفناتسا هبش تیعضو نی ا .تسینی هعوضوم لوصا نی ا زا جاتناتسا لباقی نی ا رب انب و تسا لقتسم اه .تسا یسیدیلقا هسدنه رد یزاوت لصا تیعضو هب

فیرعت $0 < x < 1$ هزاب رب هک $f_1(x)$ دننام یرادقم کت عباوت هیلک هعومجم هک تسا هدش هداد ناشن ای تسه c زا دعب ددع روبزم یلصا ددع ای آ هکنیا یلو دنتسه c زا رتگرزب یلصا ددع یاراد ،دنا هدش ینیب شپپ ار ینیفسن ارت دادعا زا ییهانتان هلابند روتناک هیرطن .تسا هدشن مولعم تسینی یلصا دادعا زا یدودح مان دادعت هک تسا نآ نداد ناشن ناشدوصقم هک دنراد دوجو ینیهارب و دنکیم (۳۰۷-۳۰۲ ص ۲، ج ،تایضایریخرات) .دندوجومآلمع هلصتم زا رتگرزب

و تآی رظن؛ روت ناک (ب) نآ باتزاب

روت ناک تشهب هب هک متسیب نرق رد دوب هدمآ شپ یثحب متسیب نرق یاه ناد یضایر نیب» دادعا و ینیفسنارت دادعا مه دب، دروآ ار اهه و مچم هی رظن؛ دوب ناد یضایر کی [1] **روت ناک**. دش فورعم درک اپ هب یهاگتسد اهت یاه نیب یارب، تآیضایر متسیب نرق رد، ت یاه نیب

«روت ناک تشهب»: ترب لیه نخس

وا هلمج هک تفگ یاهلمج کی ناشیا. دوب **ترب لیه** متسیب نرق مهم یاه ناد یضایر زا رگیدی کی بوذ ار وا یاه فرح نیا دننک شالت ات دننک روت ناک زا دب یاهدع نوچ. دش فورعم یملع لفاحم نیب نیا دوب یگرزب ناد یضایر شدوخ هک وا. [3] دنربب نیب زا و دننک شفیعض؛ دننک فذح و دننک [4] دننک نوریب دروآ ام یارب روت ناک هک تشهب زا ار ام هک تسین نیا یارای ار یدحا؛ تفگ ار هلمج یدوخ یب شالت، دننک لیطعت ار اه نیا دنه اوخیم هک یناسک یاه شالت ینعی. دش فورعم هلمج نیا. دش فورعم متسیب نرق رد روت ناک تشهب، تسا.

دهاوش اب «روت ناک تشهب» هئارا ناکما

کی هکنیا هن؛ میهدب ناشن ار تشهب نیا ات تسا مهارف یتاناکما ام یارب، هبلط نم نامگ هب ددع رد لاسراپ ار روت ناک رواب نیا مهم نوئش زا یکی. دوش هداد ناشن دیاب، مییوگب روطنیمه یزیچ رارق مدص هدزناپ و هس ات هدراهچ و هس نیب، روحم یوریپ ددع هطقن مدرک ضرع. [5] مداد ناشن یپ تفرشیپ هچ ره هک یتباث نیعتم. میراد نیعتم زاتم طاقن ت یاه نیب اه نیا نیب، درگی می زاتم دادعا، هن! [6] یفقیال روطنیمه هن. دیروآیم تسد هب ار اه نآ می نک

یفقیال ت یاه نیب؛ لعفلاب ت یاه نیب

ت یاه نیب اب ار کچوک ت یاه نیب هچ و گرزب ت یاه نیب هچ، اه ت یاه نیب مامت، و طسرا نامز زا [دننک تفگیم ار کچوک ت یاه نیب. فقیال؛ دننک تفگیم ار گرزب ت یاه نیب. دننک یم لح هوقلاب یی و طسرا آلومعم مه ام یاه باتک یانبم نوچ می تسه سونام یلیخ اتود نیا اب مه ام. هوقلاب [7] دوشیم مامت راک و یفقیال ت یاه نیب هب دننکیم عناق ار شدوخ ناسنا، تسا

نآ بعش زا یکی، نیا. دیهدب ناشن ار ین و طالفا موهفم کی دیناوتیم امش، هاتوک هلصاف نیا رد هب رگیدی و درگی من هلصاف رگیدی درک ساسحا یتقو تسا اه نیا لابند هک یسک؛ تسا تشهب. دیهدب ناشن هک دیشاب هتشاد ار تردق نیا طقف امش؛ تسا مهم یلیخ نیا. دننکیم هاگن یرگیدی.

می‌نکب دیاب هک یاه‌دافتسا ش‌م‌زاول زا طقف .تسا فاص فاص ام نامز رد ی‌پ ددع ندوب گنگ ن‌آلا
[8]می‌نکی‌من.

نی‌ات‌شن‌گتی و نخ‌س

تم‌حز زگره هک نم :دوب هت‌فگ نی‌ات‌شن‌تگی و ،دز ار فرح نی‌ا ترب‌لی‌ه هک‌نی‌ا زا دعب ؛مدید اچ کی
و م‌ن‌کی‌م فی‌صوت نم ؛م‌ن‌کی‌م راک کی طقف نم ؛م‌ن‌ک نوریب تش‌ه‌ب نی‌ا زا ار امش ات م‌ش‌ک ی‌من

! [9]دی‌آ‌یم نوریب ن‌آ زا بخ ،تس‌ین تش‌ه‌ب هک دیدی نات‌دوخ ی‌ت‌قو ،تس‌ین تش‌ه‌ب نی‌ا می‌وگ‌یم
نوریب نات‌دوخ اذل ،تس‌ین تش‌ه‌ب نی‌ا هک مهدیم حی‌ضوت نم ؛م‌ن‌ک نوریب تش‌ه‌ب زا ار امش اچ
نات‌دوخ ،تس‌ین تش‌ه‌ب هک مداد حی‌ضوت نم ی‌ت‌قو ،دی‌اه‌دنام اچ ن‌آ تش‌ه‌ب لای‌خ هب امش نوچ .دی‌آ‌یم
هت‌فگ ترب‌لی‌ه باوچ رد ار نی‌ا نی‌ات‌شن‌تگی و .دوب هت‌فگ وا هک دوب ی‌اه‌لمج نی‌ا .دی‌آ‌یم نوریب
م‌ن‌کی‌م فی‌صوت روح نی‌ا نم دوب هت‌فگ وا ،تس‌ین ارای ار ی‌دحا هت‌فگ وا .دوب

نی‌ات‌شن‌گتی و ه‌ب ی‌خ‌سا‌پ

امش می‌ت‌سه رضاح هک ام می‌وگ‌ب ؛می‌هدب ار ش‌باوچ تروص نی‌ا هب هک دم‌آ نم ی‌گ‌ب‌ل‌ط نه‌ذ هب
فی‌صوت و دی‌راد فی‌رشت نوریب اچ اما .می‌ی‌ایب نوریب ات تس‌ین تش‌ه‌ب اچ‌نی‌ا دینک فی‌صوت
،تس‌ین تش‌ه‌ب هک دینک فی‌رعت اچ‌نی‌ا زا .دینک فی‌رعت و دین‌یش‌ن‌ب ل‌خ‌اد دی‌ی‌ایب ؛؟دی‌ن‌کی‌م
ی‌لی‌ل‌حت ه‌ف‌س‌ل‌ف غورش و تس‌ا ی‌لی‌ل‌حت فوس‌لی‌ف ،نی‌ات‌شن‌تگی و ؟تس‌ی‌چ رد توافت دین‌ادیم
تف‌گ و دم‌آ نم دزن تف‌گ :دناه‌درک لقن روط‌نی‌ا ل‌س‌ار ش‌دات‌سا ز‌آ‌اره‌اط .تسا وا نویدم رای‌س‌ب
ار ی‌ل‌غ‌ش کی موش‌ی‌من رگا اما ،م‌نام‌ب موش‌ی‌م فوس‌لی‌ف نم رگا ؛؟دات‌سا ،تس‌ی‌چ امش صی‌خ‌شت
و م‌ن‌ک اهر ار ندناوخ ه‌ف‌س‌ل‌ف بخ ی‌نی‌بی‌م قم‌ح‌ا کی ار نم رگا :دی‌وگ‌یم روط‌نی‌ا شدوخ .م‌ن‌ک باخ‌ت‌نا
نک رب‌ص ،دوب هت‌فگ دات‌سا .مهدیم هم‌ادا ار ه‌ف‌س‌ل‌ف بخ ی‌نی‌بی‌م قم‌ح‌ا ار نم رگا .موش‌ب س‌د‌ن‌ه‌م
ار ه‌ف‌س‌ل‌ف ات ی‌ت‌سه قم‌ح‌ا م‌نی‌ب‌ب ات سی‌ون‌ب ورب مهدیم ه‌ل‌اق‌م کی نم ،دی‌ایب شی‌پ اه ی‌لی‌ط‌عت
»[11][10]دوب وا ی‌ارب ی‌لی‌ل‌حت ه‌ف‌س‌ل‌ف نی‌ا غورش اه‌نی‌ا بخ ؛؟هن ای ی‌ن‌ک اهر

ش‌رازگ زین هی‌روف ۱۹ ع‌بان‌م ی‌خ‌رب رد] [۱۸۴۵: سرام ۳) روت‌ناک پ‌لی‌ف گ‌ی‌ودول دن‌ان‌ی‌درف گ‌روئ‌گ [1]
اه‌ه‌وم‌ج‌م هی‌رطن ع‌اد‌با رط‌اخ‌ه‌ب رت‌شی‌ب روت‌ناک ه‌زا‌و‌آ .دوب ی‌نام‌ل‌آ ی‌نادی‌ض‌ایر (۱۹۱۸ هی‌ون‌اژ ۶ - [هدش
رط‌ان‌ت ه‌دی‌ا روت‌ناک .تسا ه‌دش ل‌ی‌د‌ب‌ت ت‌ای‌ض‌ایر رد نی‌دای‌ن‌ب ی‌اه‌ی‌رطن ه‌ب ه‌زور‌م‌ا هک اچ دش‌اب‌ی‌م
ار ب‌ی‌ت‌رت‌ش‌وخ ی‌اه‌ه‌وم‌ج‌م و ت‌ی‌اه‌ن‌ی‌ب موه‌ف‌م ،درک حرط‌م ار ه‌وم‌ج‌م ود ی‌اض‌عا نای‌م کی ه‌ب کی
،تسا ی‌عی‌ب‌ط داد‌عا ه‌وم‌ج‌م زا «رت‌گ‌رزب» ی‌قی‌ق‌ح داد‌عا ه‌وم‌ج‌م هک درک ت‌ب‌اث نی‌ن‌چ‌مه و ،دوم‌ن فی‌رعت
اه‌ت‌ی‌اه‌ن‌ی‌ب زا ی‌هان‌ت‌مان ی‌اه‌وم‌ج‌م هک دادیم ناشن هی‌ض‌ق نی‌ا ت‌اب‌ث‌ا رد روت‌ناک شور ،ت‌قی‌ق‌ح رد
ط‌اح‌ل زا روت‌ناک دروات‌سد .درک فی‌رعت ار اه‌ن‌آ ب‌اس‌ح و ی‌ب‌ی‌ت‌رت و ی‌ل‌ص‌ا داد‌عا وا .دراد دوج‌و
اد‌ت‌با رد .**دوب هاگ‌آ ت‌قی‌ق‌ح نی‌ا زا ی‌کی‌ن‌ه‌ب زین ی‌و و دراد ی‌اه‌ژی‌و هاگ‌ی‌اچ زین ی‌ف‌س‌ل‌ف**
ف‌ال‌خ ی‌د‌ایز دود‌ح ات (ی‌نی‌ف‌س‌ن‌ارت) ی‌هان‌ت‌مارت داد‌عا ه‌راب‌رد روت‌ناک هی‌رطن هک دش‌ی‌م روصت
رک‌ن‌ورک دل‌وپ‌وئل نوچ‌مه و نار‌ص‌عه دیدش ت‌م‌واق‌م اب هک اچ‌ن‌آ ات ،تسا—ه‌دن‌ه‌د‌ناک‌ت ی‌تح ای—دوه‌ش
گ‌ی‌ودول و ،ت‌فرگ رارق روارب نای س‌وت‌رب‌خ‌ا ن‌ز‌ت‌ی‌ئ‌ول و لی‌و نام‌ره اه‌د‌عب و ،ه‌راک‌نا‌وپ یرن‌آ و
ه‌ژی‌وه‌ب) ح‌ی‌س‌م ی‌ام‌ل‌ع زا ی‌خ‌رب .دوم‌ن نای‌ب ی‌ف‌س‌ل‌ف ی‌اه‌داری‌ا و اه‌ی‌رطن دروم رد زین نی‌ات‌شن‌گتی‌و
ی‌ی‌ات‌کی رب تس‌ا ی‌ش‌ل‌اچ روت‌ناک دروات‌سد هک دن‌ت‌ش‌اد‌ن‌پ‌یم زین (ی‌س‌رد‌م ه‌ف‌س‌ل‌ف دیدج نا‌ور‌پ
رد ،ی‌ی‌اد‌خ‌ه‌م اب ی‌هان‌ت‌مارت داد‌عا هی‌رطن ن‌ت‌س‌ن‌اد رب‌ارب ی‌نع‌ی ؛اد‌خ ت‌عی‌ب‌ط رد ق‌ل‌ط‌م ت‌ی‌اه‌ن‌ی‌ب
ت‌دش ی‌تح ع‌قاوم ی‌خ‌رب رد اه‌داق‌ت‌نا نی‌ا .**درکی‌م در ت‌دش‌ه‌ب ار ی‌ی‌اع‌دم نی‌ن‌چ روت‌ناک** ه‌کی‌ل‌اح

و درکیم دای زوی رگ یرامی ب ناونع هب روتناک یاهه دی زا هراکاناوپ: دن تفایی می یرتشی بی مومع دزن رد زین رکنورک .**دنکی می ینوقع ار تایضایر ماظن یرامی ب نیا هک ت فگی می** وا زا هکنیا هلمج زا ؛درکیمی یصخش تالمح یوهب و تساخیمی رب روتناک اب حیرص تفللاخ مه ب .درکیمی دای "ناناوج" هدننکدساف" کی و "هتشگر بنیدزا" کی ،"میملع ناتالراش" کی ناونعه ب دارای لاعت م دادعا ندوب ارامشان و یربج دادعا ندوب ارامش رب ینی بم روتناک تابثا زا یتح رکنورک یتح .دن تسه یضایر سورد درادناتسا همانرب زا یصخب چی اتن نیا هزورما هکیلاح رد ،تفرگی می تاحالطصا زاتوتخت دروم" تایضایر هک تشون غی رد اب نیات شنگتی و ،روتناک گرم زا سپ اههده "،روآه دنج"، قلطم فرخزم" ار یتاحالطصا نینچ یو ."تساهتفرگ رارق اههعومجم هی رطن اناسربی سآ نایاپ ات ۱۸۸۴ زا روتناک یاهی گدرسفا عومجم تلعل هک دوشیمی هتفگ .درکیمی یقلت "تسردان" و اهیی گدرسفا نیا زا زین یخر ب چرگا ،تساهدوب یو اب شنارصاعم زا یرایسب ینی مشد ،وا یگدنز دیجمت و نیسحت هب اهدعب ،دی دش یاهدق تنا نیا .دننکی می دای یو رد بی بطوقود لالتخا روهظ ناونعه ب ناونعه ب هک داد یوهب ار رتسولیس لادم هزیاج یتی نطللس نمجن ،۱۹۰۴ لاس رد .دندش لی دب ت ددرگی می ادها یصخش هب یضایر درواتسد یارب هک دوشیمی یقلت یراختفا و هزیاج نیریترگزب **یوهب ادخ یوس زا یهانتمارت دادعا هی رطن هک هدوب روباب نیا رب روتناک** دوشیمی هتفگ ،نادقتنم ربارب رد روتناک درواتسد زا تربلیه دیواد هک تسا روهشم .**تساهدوب هدش ماهل** ،تسایس)" .دنک نوربی ،هدیرفآ روتناک هک یتی شه ب زا ارام دن او تیمن سکچی ه": درکیمی عفاد نینچنی

(ایدپ یکیو)

لك نأكلذو؟ أم،هنم عجلوألعل هتكر لوأف كرتي ام مطع ىل كرتملا له: رذنكسإللاق
هىل كرتي ل عوضوملا عىشلا ىل كرتملا كرتي نأ نكمي سيل هنأل نامز ىل تراص امنإ ككر
عزجأ نم عجلوألعل الوأ كرتي كرتملاف، اذكه اذه اذاف؛ عىش دعب ائيش هنم عطقي هنكل، ععد
ىل كرتم ريصي كرحم لكف، ةياهن الب رمي مطعلا ىل لوألانك نإف. هىل كرتي يذلا مطعلا
عاشألا و. ةيلوأةياهن الب ارخأ كرتم نوكي هنإف، ام ادعب كرتي كرتم لك و؛ ةياهن الب عاشأ
الب ةلصتملا عاشألا ةمسق تناك ذإ - دب ال هنإ: لوقنف، اهتفاسم عطق ال ةياهن الب يتلا
عجلال ىل زوجت دق نوكت وأ، لوأل عجلال ىل الوأ زوجت ال ةكرال نوكت نأ امإ: نيرمأ دحأ نم - ةياهن
سيل هنأكلذو. رخأتى عزج و مدقتى عزج لصلتملا مطعلا ىل نأ لبق نم وه امنإ مطعلا نم لوأل

دجوي إذا في كف ؛ اه ع طقي هسفن كرحتملنا اهب لوقن يتل لالحل ريغ لالحل لصتمل اى ف اءجأأا
سئل هنإ ؛ لوقن ف ؟ لعفل ريغب مأ لعفل اب امإ ، لصتمل اى ف اءجأا م اهضعب و امدقتم اءجأا ضع ب
ريغ وه امنا م طعل ألأ ، لعفل اب لكلا اى ف هه ال و ، ةلصفنم هؤأجأ ةلصتمل ا ماطع ألأ نم اى ش
تناك ذاف . ةدحاو ةكرحل تناك ال و ، ادحاو ام طع ناك امل ، لعفل اب امسقنم ناك ول و ؛ لعفل اب مسقنم
لصتم وه اى ذلا لكلا اى ف نو كى نا اى ق ب دقف هه اى ف لعفل اب تسئل لكلا اى ف يتل اءجأا
نو كى و ، لعفل اب ال ةوقل اب وه امنا لصتمل اءجأا م و امدقتمل ا نو كى و ، ةوقل اب
اى ف اءجأا اهب دجوي يتل لالحل اى ف ال و ألأ اءجأا اى ف كرحتي امنا هه اى ف كرحتمل
هنأ لبق نم اذه لعف اى ف امنا و . هه اى ف كرحتي اذا ةهجال هه اى ف . ةوقل اب هه اى ف دوجو و ، م طعل
اذا كرحتمل و . لعفل اب اى ف اءجأا و ال و هنم اءجأا لعج اى ف ريغ نم و همسقى نا ريغ نم هه اى ف كرحتي
م طعل اى ف هه ام بسح اى ف لئأا ألأ اءجأا اى ف كرحتمل نو كى امنا اى ف م طعل اى ف ةهجال هه اى ف كرحتي
هه اى ف اءجأا ريغ هنإ ؛ انلوق اى ف نعم و . ةوقل اب وه امنا اى ف م طعل اى ف اءجأا و ، هه اى ف اب
(٢٧٨ : هح ف ص ، برعل دن ع و طسرا) . لعفل اب ناك ام اى ف لكذا انعضو امنا ل ب ؛ اهت فاسم ع طقت ال ، ةوقل

دس یونیم نینچ (ری داقم رد) کچوک و (دادعا رد) گرزب یاه تیاهن یب دروم رد رگیدی اچ رد و

لك زواجتي نأ نكمي ال هأنظي دقف ةداي زلاب أمأ يهانتما ريغ نوكي نأ مزل اضيأ بجاولاب و
 عيشلا يه و ،ال خادامه ب طاحم يلو يهلا <و يهانتما ريغ> نأ كلذ و ؛نكمي دقف ةمسق للاب أمأ و ،رادقم
 و ،ةياهن ةلقلا يلى باهذلا يف **دعلا** يف راص اضيأ بجاولاب و .ةروصلا وه طيحملال و يهانتما ريغ
 يلى أم ؛دضلاب رملأ **رادقما** يف راص و .**دع لك يلع ادبأ ديزي ةرثكلا يلى باهذلا يف**
 ببسلا و .هانتما ريغ رادقم دجوي نأ نكمي الف ربكلا يلى أمأ و ،**رادقم لك زواجتي دقف رغصلا**
وه امنأ دعلا و ،ريثك ال دحاو ناسنإ هنإ ناسنإلا لثم - ناك دحاو ي - مسقنم ريغ دحاولا نأ كلذ يف
 امنأ ةثالثللا و نينثاللا إف ،**مسقني ال ام دنع فغن نأ بجي دقف .ام ةيمك و ةريثك دحا**
نإف .امئاد موهوت نكمي دقف ةرثكلا يلى مبهاذ أمأ و .دادعأل رئاس نم دحاو كلذك و ،ءامسأ يه
ريغ دعلا <**نوكي يف ،ةياهن الب رمي ني فصنب هفصن و ،ني فصنب رادقما ةمسق**
،ددم ةدع لك يلع امئاد ديزي ام هنم دجوي دق هنأ ريغ .الف - لع فلا ب أمأ ؛ ةوقلاب >هانتما
 كلذك و ،امئاد نوكتي رمأ هنكل ،قاب رمأ ةياهن الب ال و ،ةمسقلا هذهل قرافمب سيل دعلا اذه نكل
 نامزلا ددع و نامزلا .

مطعم لى ف ه نأ ريغ؛ ةياهن الب مسقني دق لصتم لى نأ كلذ و ، دضلاب اهي ف رمأل لى نإ ف ري داقم لى أم ف نأ نكمي رادقم لى كلذب ه نإ ف ، ةوقلاب نوكي نأ نكمي ناك رادقم لى أب ه نأل . ه نتم ريغ نوكي سيل لى لى لى نوكي نأ نكمي سيل ف ، ه نتم ريغ سوسحم رادقم لى صأ دجوي سيل ذاف . لى فلاب نوكي ١ ، دلج ، (وطر سراً) ةع ب ط ل ا .) ءام س ل لى ن م مطعأ وه ام نوكي س ناك دق لى زاج ول كلذ نأل ، دودحم رادقم لى ك (٢٦٣ : ه ف ص)

نیریاس تاملک رد

عزّجنا وّلّكنا كارتشا نم مزلي ال امك و. اهلك ماسجألل ةصاخ ةمسقلا ناكمإ ةياهن الّنا :ب اوجال و
يه و ،مسجل ةصاخ يف امهكارتشا نم مزلي ال كلّذك ،رادقملا صوصخ يف امهكارتشا ةيمسجل يف
مدع يف الكرتشا اذني ئيشلّنا أنمّلس .رادقملا صوصخ يف امهكارتشا ،ةمسقلا ناكمإ ةياهن ال
ريغل امهداعأ نوكي اميف لب ،اقلطم ال نكل و ،توافتل مدع يف الكرتشا يهانل
ه.بّذي دوجولا و فيك ،الف ةوقلاب تناك اذا أمأ .لعفلاب ةلصاح ةيهانتملا

[illegible]

اهي لع ديزي ام صرف نكمي و ال ددعلا نم ةبترم دجوت ال هنأ هانعم و هانتمب سيل ددعلا نأ سداسلا ريغ يمسي و رابتعالا عاطقناب عطقنت تحت ةلسلسلا فقت ال و دئازلا يلع دزي ام صرف اذك و وهف هيلع ديزي ام و هانتم رادقم ال لعفلاب امئاد ةلسلسلا نم دجوي ال و يفقيلالا يهانتملا بلسلا نود لودعلا وحن يلع ةياهنلا ريغ ال لعفلاب ةلسلسلا باهذامأ و ةوقلا يف ءيشل هيف ققحت ال و ينعملا اذهب يهانتملا ريغل عومجم ال و لك الف لوقعم ريغف يلىصحتلا (١١٣-١١٢ ص، ةمكحلا ةياهن). ايهانتم داع ال و عبرلا و ثلثلا و فصنلا ةيرسكلا بسنلا نم

«ناگمه هب تادرجم هئارا يارب يرازبا؛ ناور لاؤس، قيقد لاثم» يروآدرگ هلاقم زا يشرب [7]

؛ ناور لاؤس، قيقد لاثم» يروآدرگ هلاقم رد ار روتناك تشهب يزاس ينعي يارب شالت زا ياهنومن [8]
دينكىم هطحالم «ناگمه هب تادرجم هئارا يارب يرازبا

[9] I would say, 'I wouldn't dream of trying to drive anyone from this paradise.' I would do something quite different: I would try to show you that it is not a paradise — so that you'll leave of our own accord. I would say, 'You're welcome to this; just look about you.' . . .
For if one person can see it as a paradise . . . , why should not another see it as a joke?) (Ludwig Wittgenstein) (The Infinite)

نم: ديسرپ وا ١٩١٢ رد نياتشنگتيو، يلىصحت لاسمىن نيتسخن رخاوا رد هك ديوگىم لسار [10]
داهنشىپ خساپ رد لسار. فوسلىف هن رگا و دش مهواخ دروناوه يلب رگا؟ هن اى مراىع مامت قمحا كى لاسمىن زاغآ رد وا يتقو. دسيونب يفسلف عوضوم كى باب رد ياهلاقم تاليطعت يطر رد وا هك درك دروناوه ديابن وت هن: تفگ و دناوخ ار نأ زا هلمج كى وا، داد ناشن لسار هب ار هلاقم ديدج (١٢ ص، نياتشنگتيو گيودول)! يوش

يعونصم شوه هقف مود و يس هسلج [11]

روتناک هی رظن نییبت (ج)

روتناک یدنب هتسد

دادعا و ناشب تارم یدنب هتسد و اه تیاهن یب یاه هعومجم هب عجار ثحب ، روتناک تشهب»
تسا ینیفسنارت.

۱... و یعیب ط دادعا هعومجم : «رفص فلا» ۱.

[1] یربع یاب فلا فرح نامه هب تسا هدرک یدنب هدرار ناشندوب تیاهن یب و اه هعومجم ناشیا
«رفص فلا» : تسا هتشاذگ ار شمسا دنتسه یعیب ط دادعا هک ار تیاهن یب هوق نیلوا

ینعی [3] تسا فرح نیخآ ، اگمپا [2] اگمول تیاهن یب دنیوگیم یضایر قطنم یاهباتک نیارد]
فلا نامه ، تسا رتمک همه زای تیاهن یب توق رظن زاک تیاهن یب نیلوا ، تیاهن یب نیرتنیپاپ
هچردمه اه تیاهن یب ، میرادود و کی ددع هک یروطنامه ینعی ، تسا اه تیاهن یب دادعا اهنیا ، تسا رفص
[4] تسا اگما تیاهن یب نامه هک تسا رفص فلا ، تیاهن یب نیرتنیپاپ ، دراد یدنب

دادعا رد ، رفص فلا ، تسا تیاهن یب ی هچرد نیلوا هک تسیلانیدراک کی شیلانیدراک ، «رفص فلا»
، تسا فورعم [5] روتناک یرطق ناهرب هب هک دنک یم تابثا مه دعب تسا راک عورش ینیفسنارت
دندنک یم هدافتسا ناشدوخ چوپ دصاقم یارب ناهرب نیازا مه اه تسیئتآ ، تسا یبوخیلیخ ناهرب
هب یطبر هک ما هدرک ضرع مه و مدروآ اراه نآ لالدتسا مه ، مدرک ضرع ماگ هب ماگ ییادخاب هلاقم رد
[6] درادن اه نآ دوصقم

؟ تسا هدرک تباث اریزیچ هچ -تسه مه تاضایریرات باتک نیمه رد- یرطق ناهرب اب لاج یا یلع
دینک یم ادیپ رگید یددع ، یعیب ط دادعا هعومجم رد هس و ود نبی امش : دیوگ یم ؛ بیجعیچ کی
زیچ نیایدنک یم ادیپ ایوگ ددع تیاهن یب هرابود شن یب ایوگ ددع ود ره اما ، تسینیزیچ شن یب
هک هدرک تابثا شدوخ ناهرب رد روتناک یاقآ نیمه لاج نیع رد ، دوش یم هدرتسگ ردق هچ ؟! تسا یمک
هک یعیب ط دادعا هعومجم تیاهن یب ناوت اب یگدرشف نیاب ایوگ دادعا هعومجم تیاهن یب ناوت
کی هب کی رطانت ینعی ارامش دنتسه ارامش ود ره دیوگ یم اذل ، تسا ربارب میرمش یم
اه تیاهن یب رد کی هب کی رطانت ، دندراد

۲. یقیقح دادعا هعومجم : «کی فلا» ۲.

یقیقح دادعا هعومجم تیاهن یب ناوت ، رگید هن دیوگ یم یقیقح دادعا هعومجم هب دسر یم یتقوام
فلا» : تسا هتشاذگ ار شمسا اذل تسا «رفص فلا» زاشیب ، تسه نآ رد مه گنگ دادعا هک
حرطم شیارب ثحابم همه نیایو گدرتسگ همه نیایو هک یقیقح دادعا هعومجم دوش یم «کی فلا» ، «کی
؛ تسا هدرشف یفاک هزادنا هب ، یقیقح دادعا هعومجم : دنیوگ یم ، تسا هدش
شنیب مه یلاخ یاج چه ، تسه ددع و هطقن تیاهن یب شنیب شا هطقن ود ره هک نیازا ریغ ینعی

هعومجم «کی فلا» هک دنک یم هماقا فلخ ناهرب روتناک .تسارامشان اذل و دینک ادیپ دیناوت یم
دادعا هک یطخ ینعی]. دنتسین هوق مه یعیبط دادعا اب رگیدی نعی .تسارامشان یقیقح دادعا
[7]درامشب ار اهنآ دناوتیمن یشرامش و یعیبط دادعا ،تسا یقیقح

[8].تسا هدش ادیپ یضایر هفسلف یانبم کی ،روتناک فلخ ناهرب نیمه زا

تایضایر هفسلف رد هئاگ هس یانبم

دنبرب یم مسا نآ زا دایز هک یضایر هفسلف و یضایر قطنم رد تسه انبم ات هس

۱.مسیلامرف [9]ییارگ تروص ،

Logicism [10]ییارگ قطنم ۲.

[11].روارب لام ییارگدوهش مه یکی ۳.

یقیقح دادعا هعومجم ،«کی فلا» تابثا رد ار روتناک فلخ ناهرب :دیوگ یم .تسا نیمه ییارگدوهش
مه اه نی.دوش یمن تابثا فلخ ناهرب فرص هب .مینک تابثا ات میزاسب آمتح دیاب.مرادن لوبق
[12].»تسا هدش ماجنا متسیب نرق رد هک تسا یبوخ یاه ثحب

دنتسه یربع فورح طفلت هویش ریز یاهادص .تساهدش لیکشت فرح ۲۲ زا یربع یابفلا [1]

فـاخ - فـاک - دُی - تـت - تـخ - نیـاز - واو - هـ - تـلاد - لمـیگ - تـو - تـب -- فـلآ
-- پ - نیـاع - خـماس -- تیـفُس نون - نون -- تیـفُس مـم - مـم - دِمال -- تیـفُس فـاخ --
وات -- نیس - نیـش - شـر - فـک -- تیـفُس داسـت - داسـت -- تیـفُس رـف -- فـ

2] Aleph-omega is

$\aleph = \sup\{\aleph_n \mid n \in \mathbb{N}\} = \sup\{\aleph_n \mid n \in \{0, 1, 2, \dots\}\}$

where the smallest infinite ordinal is denoted as \aleph_0 . That is, the cardinal number \aleph_1 is the **least upper bound** of

$\{\aleph_n \mid n \in \{0, 1, 2, \dots\}\}$.

Notably, \aleph_1 is the first uncountable cardinal number that can be demonstrated within Zermelo–Fraenkel set theory not to be equal to the cardinality of the set of all **real numbers** 2^{\aleph_0} : for any natural number $n \geq 1$, we can consistently assume that $2^{\aleph_0} = \aleph_n$, and moreover it is possible to assume that 2^{\aleph_0} is as least as large as any cardinal number we like. The main restriction ZFC puts on the value of 2^{\aleph_0} is that it cannot equal certain special cardinals with **cofinality** \aleph_0 . An uncountably infinite cardinal \aleph having cofinality \aleph_0 means that there is a

countable-length) sequence $\aleph_0, \aleph_1, \aleph_2, \dots$ of cardinals $\aleph_i < \aleph$ whose limit (i.e. its least upper bound) is \aleph (see [Easton's theorem](#)). As per the definition above, \aleph is the limit of a countable-length sequence of smaller cardinals. ([Wikipedia](#))

فرح ابّالومعم ار ،یلومعم یواسم ای رتکچوک هطبار اب ، N یعیبط دادعا هعومجم یبیترت ددع؟
یعی : دندی ناشن؟ اگما ینانوی

(۱۶۹ ص ، نآ یاهدربراک و اههعومجم یرطن اب ییانشآ) $\aleph = \text{ord}(1,2,3,\dots)$

ناي ب اچن يا يا هدرشف تروص هب ار اهنآ ام و دراد زاي نيداي ز تامدقم في راعت هب لان ي دراد دادعا یسررب
: مینک یم

میریگی رطن رد یعیبط دادعا زا یوضع مه ار رفص ثحب نیا مامت رد

ریز ره هاگ ره مییوگ بیترت شوخ ار بیترت هطبار کي اب ارمه هعومجم کي : بیترت شوخ هعومجم
یعیبط دادعا هعومجم لثم . دشاب (وضع نیترتکچوک) لقا وضع یاراد نآ هعومجم

order) یبیترت تخیرکي ار دراد توافت مه اب ناشیاضعا یراذگ بسچرب اهنت هک بترم هعومجم ود
رتکچوک هعومجم نیا ردرگید یوضع زا لوا هعومجم زا یوضع " هک انعم نیا هب ، مییوگ (isomorphic)
رتکچوک هعومجم نآ زا یوضع زا هک دوش ادیپ مود هعومجم زا یوضع نآ یاتمه رگا اهنت و رگا دشاب
هعومجم الثم. دنیوگ (order isomorphism) یبیترت تخیرکي کي هب کي رطانت نیا هب هک ، "تسا
کي رد وضع نیلوا ینعی . دنتسه یبیترت تخیرکي {14و15و16} و {1و2و3} بیترت شوخ یاه
، وضع نیموس و نیمود بیترت نیمه هبو دراد 14 بسچرب رگید هعومجم رد و 1 بسچرب هعومجم

تخیرکي یاه هعومجم همه هدر ره رد هک. درک فیرعت یزرا مه یاه هدر تخیرکي نیا اب ناوت یم نونک
، دراد رارق یبیترت

لان ي دراد دادعا

x لثم نآ وضع ره هک a لثم تسا یبیترت شوخ هعومجم لان ي دراد ددع کي: لان ي دراد ددع فیرعت نیلوا
، دنتکچوک x زا هک دشاب a زا یرصانع هعومجم اب ربارب

رصتخم یسررب هب ام نونک، دنا هدش فیرعت یفلتخم یاهنابز هب تاییضایر رد لان ي دراد دادعا
، میزادرپ یم نآ تیهام

یم یراذگ بسچرب ار بیترت شوخ یاه هعومجم یزرا مه یاه هدر لان ي دراد دادعا هداس یلیخ نابز هب
، دنک یم صخشم ار بیترت شوخ یاه هعومجم یزرا مه هتسد زا هندیامن کي لان ي دراد ددع ره ای. دنک

دیریگب رطن رد ار ری ز یاه هعومجم ری ز، دیریگب رطن رد ار یعیبط دادعا هعومجم هداس یلیخ تلاح رد

$\{\}, \{0\}, \{0,1\}, \{0,1,2\}, \dots$

(دنتسه یهانتم بترم یاه هعومجم هندیامن عقاو رد اه هعومجم ری ز نیا هک)

میهد ماچنا میناوت یم یراذگ بسچرب عون ود اه هعومجم ری ز نیا یارب

یم تبسن ار (size) هعومجم هزادنا یور رب ثحب) اضعا دادعت هعومجم ره هب هک یلان ي دراک بسچرب 1.
، دوب دهاوخ 2 ددع $\{0,1\}$ هعومجم بسچرب الثمدهد

(position اضعا تي عقوم يور ثحب) عومجم نآ بي ترت بسچرب عومجم ره هب هك ىلاني درا بسچرب 2. يهانتم بترم ياه عومجم يبي ترت ياه هدر هدي امن اه عومجم نيا هك ميراد هجوت ، دنز ىم ار تللا ردهت بللا. تسا يوضع 3 يبي ترت ياه عومجم همه هدي امن {0و1و2} عومجم الثم دنتسه دادعت اب يهانتم يبي ترت عومجم ود ره نوچ) دنتسه ناسكي يراذگ بسچرب عون ود نيا يهانتم . دنتوافتم الماك يهانتم ان تللا رده اما . (دنتسه يبي ترت تخيري ناسكي ياضعا

دادعا نامه تللا نيا ردهك) دنا هدش فيرعت ريز تروص هب يهانتم لانيدرا دادعا اجنيا ات سپ بخ (دنتسه يعي بط

0,1,2,3,....

دنتسه ريز يهانتم و بي ترت شوخ ياه عومجم بسچرب هك

{ } , {0} , {0,1} , {0,1,2} ,.....

{0و1و.....و25} بي ترت شوخ عومجم ىنعى 26 لانيدرا ددع لاثم روط هب

دنيوگ ىم طقف يگداس يارب يهاگ هك) لانيدرا دادعا هك يهانتم بترم ياه عومجم يارب سپ عومجم ره هب دنكي قرف ىلك هب عضو يهانتم تللا رده اما. دنتسني ىديج زيچ (لانيدرا دناوت ىم يهانتم بي ترت شوخ عومجم كي اما دراد) (لانيدراك) هزادنا بسچرب كي اهنت يهانتم . دشاب هتشاد تخيري ريغ بي ترت شوخ هدر دنچ

لانيدراك فيرعت هب رجنم يهانتم ياه عومجم يارب هزادنا بسچرب عيسوت و شرتسگ عقاو رده لانيدرا فيرعت هب رجنم يهانتم ياه عومجم بي ترت بسچرب عيسوت و شرتسگ و عومجم كي . دوش ىم عومجم كي

تسا بي ترت شوخ و يهانتم ان عومجم كي هك {0و1و2و3و4و...} يعي بط دادعا همه عومجم . مي هدي شي امن ؟ اب ارنا هك دنكي صخش ار يهانتم لانيدرا ددع ني لوا

تيصاخ اموزل هنآ برض و عمج اما ، دناسر ناوت هب اي برض ، عمج مه اب ناوتي ار لانيدرا دادعا رده برض 2 ربارب ؟ و تسه 1+؟ زارت كچوك اديكا نيا ىلو 1+؟ = 1+؟ الثم ىنعى دنرادن يياج باج هدهاشم عجارم رده دي ناوت ىم ار دادعا نيا برض و عمج وحن) تسه 2. زارت كچوك اديكا اما. شتسه ميرادو. (دينك

?={0,1,2,}

?+1={0,1,2,.....,?

.....

دادعا همه عومجم و شتسه (تان فلا) يعي بط دادعا ىلصا ددع نامه ريخا ياه عومجم همه ىلصا ددع هك اب ار ارامش لانيدرا . تسارامشان لانيدرا ددع ني لوا نيا و تسه كي فلا نآ ىلصا ددعو مي هدي ىم ناشن 1?

دش دهاوخ ريز عومجم لانيدرا دادعا بي ترت شوخ عومجم و داد هدادا وراه عومجم نيا ناوت ىم نونكا

1, 2, ..., ω , $\omega+1$, $\omega+2$, ..., $\omega+\omega$, $\omega+\omega+1$,

یلاو بیترت شوخ یاه یوضع 3 همه بسچرب ینعی 3 و یهانتم یاهلانی دراهمه وعومجم ینعی ؟ الثم رخ

اب تاضایر رد نآ یاه فی رعت هک تساه وعومجم هی رظن ردراک رپ هداعلا قوف ثحب ک یاهلانی دراه ثحب یدایز یاهتمسق منی بی م زاب مسیونیم هچره نم و تساهدمآ زین ، یژولوپوت لثم ییاهرازبا دیناوت یم تشاذگ مه اوخ بلطم نایا پرد هک یاه سردآ هب رتشیب هعلاطم یارب هدنام نتفگ یارب دینک هعجارم.

دیناوت یم هک مینکیم رکذ لانی دراه ددع زا ارصاعم نادیا ضایر نامیون نوف ناج فی رعت تیاهن رد فی رعت ریز لاثم رد نامیون نوف فی رعت اب ار لانی دراه ددع زا ال اب فی راعت قابطانا (لانی دروا دادعا اب ییانشآ هلاقم ، تاضایر اب یگدنز). دینیب

رد Why is ? the smallest ?? : ینچمه هنیمر نیا رد

ناونع اب یموهفم زا ، ینیسف نارت دادعا وعومجم نایب رب هوالع روتناک هک تشاد هجوت دیاب هعسوت و طسب هک دنکیم دای (?) اگما گرزب فرح دامن اب absolute infinite ای قلطم یهانتمان absolute infinite) (. تساه توافقتم اگما تیاهن یب وعومجم اب و تساه یهانتمان موهفم

رد و . تساه ینانوی یابفلا فرح نیمرهچ و تسیب (???? ینانوی ؛ ؟ : کچوک ، ؟ : گرزب) اگما [3] هب اگم ، اگم ؟) تساه گرزب یوا ینعم هب فرح نیا مان . دراد ار ۸۰۰ رادقم ینانوی شرماش هاگتسد (کچوک یوا ینعم هب) "little O" تساه نورکیما لباقم رد هک ، (تساه گرزب ینعم

[4] 26/9/1398 خیرات ، قودص دیحوت حرش هسلج

کی ناونع هب روتناک گروئگ طسوت ۱۸۹۱ لاس رد روتناک یرطق لالدتسا ، اهه وعومجم هی رظن رد [5] کی رطانت رد اهنآ یاضعا هک دنراد دوجو یهانتمان یاهه وعومجم داد ناشن و دیدرگ هئارا یضایر تابثا دنمانیم «ارامشان وعومجم» ار ییاهه وعومجم نینچ . دنتسین یعیبط دادعا وعومجم اب کی هب

شرماش لباقریغ وعومجم

ییودود یاهمقرر یاههلابند همه لماش هک درک هعلاطم ار T وعومجم ، ۱۸۹۱ لاس رد دوخ یهلاقم رد ، روتناک دنکیم عورش ریز هیضق زا یخاس یتابثا اب وا . دشاب (کی ای رفص مقرر ره ینعی)

دهاوخ دوجو T زا یوضع هراومه هاگنآ ، دشاب T زا نکمم یاهشرماش یمامت لماش s_1, s_2, \dots, s_n رگا دوب دهاوخن s_1, s_2, \dots نیب رد هک تشاد

میامنیم باختنا ریز لکش هب ار T زا ییاهه وعومجم ، نیا تابثا یارب

$s_1 =$	(۰,	۰,	۰,	۰,	۰,	۰,	۰,	...
$s_2 =$	(۱,	۱,	۱,	۱,	۱,	۱,	۱,	...
$s_3 =$	(۰,	۱,	۰,	۱,	۰,	۱,	۰,	...
$s_4 =$	(۱,	۰,	۱,	۰,	۱,	۰,	۱,	...
$s_5 =$	(۱,	۱,	۰,	۱,	۰,	۱,	۱,	...

$s_6 = (0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, \dots)$
 $s_7 = (1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, \dots)$
 \dots

و کی یاج هب رفص ینیزگی یاج) دومن باختنا s_1 رد مقرر نیلوا لمکم باختنا اب ار s یلاوت راتخاس وا هب و دومن باختنا ار نآ لمکم و تفر s_2 رد مود مقرر غارس هب s مقرر نیمود باختنا یارب، (سکعرب میسریم ریزجیاتن هب قوف لاثم رد. داد همادا بیترت نیمه:

$s_1 = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \dots)$
 $s_2 = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \dots)$
 $s_3 = (0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, \dots)$
 $s_4 = (1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots)$
 $s_5 = (1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, \dots)$
 $s_6 = (0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, \dots)$
 $s_7 = (1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, \dots)$
 \dots
 $s = (1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, \dots)$

اریز تسا توافتم ال اب یاههعومجم یمامت اب هک میسریم یاههعومجم هب قوف شور هب s تخاس اب دراد توافتم ال اب یاههعومجم مامت ما n رصنع اب نآ ما n رصنع.

هک ددیم ناشن ضقانت اب تابثا کی زا هدافتسا اب روتناک هیضق نی اساسا رب:

تسا شرانش لباقریغ T هعومجم.

s_1, s_2, \dots, s_n لکش هب نآ رصانع همه سپ. تسا ارامش T دنکیم صرف ادتبا رد ضقانت تابثا یارب وا رد هک میسریم s یلاوت هب اهشرانش نی هب یلبق هیضق لامعا اب. دنتسه شیامن لباق صرف داضت نی. دشاب اهشرانش رد دیاب نیاربانب و دوب T زا رصنع s اما. تسین دوجوم اهشرانش هطحال م نینچمه (ایدپ یکیو تیاس). تسا شرانش لباقریغ T نیاربانب دربیم لاؤس ریزار یلصا دینک: [Universality and the Liar: An Essay on Truth and the Diagonal Argument](#)

دینک دهاشم دیناوتیم [اجنیا](#) رد ار ناهرب نی زا یرتنشور ریوصت.

ناهرب یفسلف تیمه ا یسررب» هلاقم هعلاطم زین تمکح ثحابم رد یرطق ناهرب دربراک هنیمر رد. تسا دنمدوس «روتناک یرطق

درک دیهاوخ هطحال م راتشون نی مود لصف رد ار ماگ هب ماگ ییادخ اب هلاقم زا شخب نی [6]

[7] 26/9/1398 خیرات، قودص دیحوت حرش هسلج

حالطصا هب تسا هدش ادپ تایضایر ینابم اب هطبار رد رکفت بتکم ای یلصا هفسلف هس [8] ینابم نیون هفسلف ره هک تسا یعیبط. ارگ یروص بتکم و ارگدوهش بتکم، ارگ قطنم بتکم روط هب یتآ شخب رد. دنک هلباقم تایضایر ینایمرد ینونک نارحب اب، یوحن هب، دیاب تایضایر اهنیا زا کی ره هنوگچ هک دش میهاوخ رکذتم و هداد رارق یسررب دروم ار یرکف بتکم هس نی رصتخم ص ۲، ج ۲، تایضایر خیرات). دراذگ یم اپ شپ رد اه هعومجم ماع هیرطن یاهضراعت اب ههجاوم یارب یهار

عقاو رد . دراد راک و رس یروض یدامن یاه هاگتسد اب تایضایر هک تسا نیا ارگ یروض زت [9] و دنتسه ییاهدامن افرض تاحالطصا نآ رد هک دوش یم یقلت درجم ثحابم نآ زا یا هعومجم تایضایر هعومجم رد اهنت هکلب و درادن رارق قطنم رد تایضایر یئاغ هیآ . اهدامن نیا نمضتم یدعواق ماکحا نیا زا نوچ . تسا عقاو اه هباشن نیا اب لامعا زا یا هعومجم رد و یقطنم شییپ یاهدامن و اه هباشن یا یراگزاس یرارقر رب ، تسا ینامرآ یدامن رضانع لماش اهنت و سوملم یاوتحم زا یراع تایضایر ، هاگدی نینچ یهارمه نودب . دوش یم ییارگ یروض همانرب زا یمزال و مهم تمسق تایضایر فلتخم یاه هباشن تایضایر یعوضوم لصا ییارگ یروض زت رد . دش دهاوخ ینعم یب ساسا ثحابم مامت ، یراگزاس ناهرب دوش یم لابند دح نیرتشیب رد .

هسدنه یعوضوم لصا یسررب رد شراک مامت زا دعب تربل یه دیواد طسوت ییارگ یروض بتکم یاه یعوضوم لصا ثحابم بلاق زا ار یضایر شور تربل یه 1899 شا هسدنه ینابم رد . دش سسایات یروض هاگدی . دوب هدروآ رد ینونک یروض یاه یعوضوم لصا ثحابم رت قیقده بلاق هب سدیلقا یدام ندیبلط هزرا ب هب و اه هعومجم هیرطن یاهسکوداراپ زا یشان نارحب اب هلباقم یارب ادعب ارگ هچرگ . دش داجیا تربل یه هلیسو هب ، هاینارگدوهش یاهداقتنا لیلد هب کیسالک تایضایر و یو 1920 لاس زا دعب ات دوب هدرب راک هب ار هاینارگ یروض تاحالطصا 1904 لاس زا شییپ تربل یه ارگ یروض همانرب هزورما هچنآ هرابرد ار یدج راک نارگدی و ، نامیون نوف ، نامرکآ ، سینیونرب شانراکمه دندرکن زاغآ دوش یم هدیمان .

یراگزاس هلئسم لح ورگ رد کیسالک تایضایر تاجن یارب تربل یه همانرب تسکش ای قیفوت یاه ناهرب و دوش یم نیمضت یراگزاسان یاه ناهرب کمک هب اهنت ضقانت زا ندوب یرب . تسا هزوح کی زا ار یراگزاس هلئسم هک تسا ییاه لدم و ربیباعت رب ینتبم رت یمیدق یراگزاسان افرض اه لدم شور هب یراگزاس ناهرب کی رگید ترابع هب . دنک یم لقتنم رگید هزوح هب تایضایر ربیبدت یراگزاس هلئسم یارب یدیدج میقتسم شور تربل یه تهج ندب . تسا یبسن یناهرب رد دنناوت یم نآ دعاوق ربانب یزاب کی رد صاخ ییاه تیعضو هچنا تابثا هب هیبش رایسب . درک تسد هب یارب لمع دعاوق را یبسانم هعومجم کمک هب ات تشاد ار نآ دیم تربل یه دنیآ شییپ یزاب یمن شییپ زگره یضقانت لومرف هک دنک تباث یساسا یاهدامن زا لوبق لباق یاه لومرف ندروآ لومرف F نآ رد هک تسا " F هن و " F عون زا هک یلومرف ضقانت لومرف کی یقطنم یاهدامن اب . دیآ تسین نکمم یضقانت لومرف نینچ هک داد هباشن ناوتب رگا . تسا هاگتسد زا یا هدش هتفریذپ . تسا هدش تباث هاگتسد یراگزاس هاگنآ .

ناهرب هیرطن ، تربل یه طسوت تایضایر رد یراگزاس میقتسم نومزآ یارب قوف راکفا طسب تربل یه ار هچنآ هک دندش مهارف یراگزاس نیهارب ینعی عم یتامدقم یاه هاگتسد یارب . دش هدیمان یراگزاسان هلئسم لک رد یلو دده یم هباشن تشاد کیسالک تایضایر همه یارب نآ ماحنا هب لیم دنم هراچ نودب هاگتسد یارب .

دوب تسکش هب موکحم ارهاظ دوب وانه رد لصا رد هک یلکش هب لقادح تربل یه همانرب تقیقح رد لدوگ . دش راکشآ ، یضایر ینابم راشتنا زا لبق الم 1931 لاس رد لدوگ تروک طسوت تقیقح نیا هفسلف یلصا بتکم هس زا کی ره ناوریپ یارب لوبق لباق و داریا یب یاه شور کمک هب هاگتسد ریطن دشاب هدش یروض یفاک دح هب هک یسایق هاگتسد یارب هک داد هباشن تایضایر دوخ هب قلعتم یاه شور کمک هب هاگتسد یراگزاس تابثا کیسالک تایضایر همه یارب تربل یه لماکان لوگ تشاد یرت یساسا هیضق دمایپ هجوت لباق هیضق نیا . تسین رسیم هاگتسد نآ هک هاگتسد لخاد رد ار "ریذپان میمصت" لئاسم دوجو یو ینعی درک تباث ار تربل یه هاگتسد ندوب هک یضایر یاه هاگتسد هک دنده یم هباشن ایاضق نیا . داد هباشن تسلا هلمج نآ زا هاگتسد یراگزاس هک ینعم ندب دنتسین نانیمطا لباق دنا هدش هتخانش بسانم تایضایر جارختسا یارب

ره هک نآ لاح و درک تباث دنا هدش یروص هاگتسد لخد یهانت م یاه شور اب ناوتیم ن ار اهنآ یراگزاس
رد یی ارگ یروص هلاقم). تسا بسانمان هدش هداد صیخشت نئمطم طاحل نیا زا هک یه اگتسد
(تایضای رخی رات باتک بل اطم زا هدش هداقتسا **تایضای**

، تایضای رندی باسح یارب ار یلصا مدق و تخاس یعووضوم لصا ار یعیبط دادعا ی هی رظن ونائپ [10]
(درک هئارا ار یلات و ددع ، رفص هی لوا موهفم هس یو ، تشادرب ، باسح هب تایضای رلی وحت ینعی
رفص یلات کی آلثم ، دوب یعیبط تیبرت رد یدعب ددع ، یلات زا روظنم و یعیبط ددع ، ددع زا دوصقم
ار (ونائپ لوصا هب موسوم) ریز عووضوم لصا جنپ س پس . (اذه یلع سق و تسا کی یلات ود ، تسا
:درک عضو

تسا ددع کی رفص (فلا

تسا ددع کی ، ددع ره یلات (ب

تسین ددع چی ه یلات رفص (ج

دن تسین ربارب یلات یارادی توافتم ددع ود چی ه (د

قلعتم دادعا همه هب ، دشاب ، قلعتم تیصاخ نآ یاراد ددع ره یلات هب و رفص هب هک تیصاخ ره (ه
رفص زا عورش اب ار یعیبط دادعا هتشر میناوت یم بیترت نیا هب . (یضای یارقتسا لصا) تسا
میشاب هتشاد تسد رد $s(n)$ ینعی نآ یلات هب n دننام ددع کی زا رذگ و

رگا و میهد یم رارق m ربارب $m+n$ ددع ، m ره یازا هب عقاو رد ، تسا فیرعت لباق یگداس هب عمج
روط هب زین برض . مینک یم فیرعت $s(m+n)$ ینعی $m+n$ یلات ربارب $m+s(n)$ ، دشاب هدش هداد $m+n$
دومن تابثا ار (یتامدقم) باسح یایضاق همه ناوت یم نآ لابند هب و دوش یم فیرعت هباشم
یدادعت نتفریذپ تیلباق یو یسایق هاگتسد هک نیا هلمج زا ، تشاد یتداری و نائپ راک
دادعا یانعم هب ار ددع ، دص یانعم هب ار رفص هک تسا نیا ریبعیت کی . تشاد ار ریبعیت یهانتمان
جنپ ره تروص نیا رد . میریگ یم نآ یلومعم یانعم هب ار یلات و دص یواسم ای رتگرزب یعیبط
نیا رد اریز تسین هن و دون یلات دص هک دینک هجوت) دوب دنه اوخ یقداص ماکحا ، و نائپ عووضوم لصا
(!تسین ددع هن و دون وگل

یم ام . تشادن دوجو توافتم یاهوگلا نداد زیمت یارب یزیچ و نائپ هاگتسد رد ، لسا رظن قبط رب
رفص نآ رد هک یه اگتسد . دشاب دص یانعم هب میه اوخ یم نهژیو هب ، دشاب دیاب هچ «رفص» میناد
یارب دنناوتب هک دنشاب نانچ نامدادعا میه اوخ یم . دروخ یم یگدنز درد هب تسا دص یانعم هب
دنور راک هب یلومعم یایشا شرامش

رد ، و نائپ راک هب هجوت اب و) قطنم هب باسح لیلقیت ینعی ، باسح رندی قطنم هب هگرف 1884 رد
هب هک ، ییارگ قطنم مان هب ار یضایر بتکم نیلوا و تشامگ تمه (تایضای رندی قطنم عقاو
بتکم نیا فده . درک سیسأت ، دوب تایضایر هب هنیارگ نوطالفا تفایهر کی نیواک یهدیق
هن و دیدج) قطنم زا یا هخاش تایضایر هک نیا تابثا ینعی ، دوب قطنم هب تایضایر لیوحت
تسا (یتنس

کی . تسا اه ناسنا هصخش م ناسنا هک روط نامه تسا دادعا هصخش م هک تسا یزیچ ددع هگرف معز هب
ددع دوخ . ددع هن و ، تسا 3 ددع زا یا هنومن یرفن هس هورگ کی و تسا ددع زا یا هنومن 3 دننام صاخ ددع
لکشتم ی هی آ درگ ار رفص هگرف . تسا کرتشم یوضع هس یاه هی آ درگ ی همه نیب هک تسا یزیچ 3
ی همه زا لکشتم هی آ درگ ار 2 ، یوضع کت یاه عومجم همه زا لکشتم ی هی آ درگ ار 1 ، یهت ی عومجم زا

درك فیرعت... و یوضع ود یاه وعومجم

طسوت 1910 دودج رد یی ارگ قطنم عقاو رد .دش فشک هرابود لسار طسوت ،اه نیای همه لاج نیای اب نآ ات هک کی سالک تایضایر مامت دنه دناشن دن درک یعیس رفن ود نیای .دش حیقننت دهتی او و لسار باتک رد روکذم عوضوم لوصا زا دوخ یاج رد هیرطن نیای و اه وعومجم ی هیرطن زا دوب هدش هتخاننش نامز دن تسه قطنم هب قلعتم عوضوم لوصا نیای هک هخالاب و دوش یم قتشم اه نآ تایضایر لوصا

نآ ی همنرب اما .دندرب راک هب ار یریذپ لیلقت لصا و عاونا ی هیرطن یی ارگ قطنم ی هئارا رد اه نآ ی قطنم مکح کی دنراد دوجو یهانتمان یاه وعومجم هک عوضوم لصا نیای الثم اریز ،دوب صقان اه عقاو رد .دوبن (شیاوتم هب دشاب شتروص و ترپ رد شقصد هک لماک تیمومع اب یمکح ینعی وعومجم ای یعیبط دادعا وعومجم دننام یهانتمان یاه وعومجم اب ام ییانش آ رطاخ هب لصا نیای شریذپ دروم رد تیعضو نیمه .نآ تروص هب ،لصا نیای نومضم یانبم رب ینعی ،دوب یدعب هس یاضف طاقن ،قطنم لوصا زا ایاضق جارختسا دنی آرف هک دوب نیای رگید لکشم .دوب رارقرب زین باختنا لصا قطنم ،بیترت نیای هب .دوبن قبطنم تایضایر زا ام یدوهش دید اب و دوب روآ لالم و هچپ ،لیوط **یی ارگ قطنم** هلاقم ،نوخسار تیاس).دروخ تسکش یضایر ییانب ریز لوصا و دعاوق هئارا رد یی ارگ (تایضایر رد

هدن زاس یاهشور زا یهانتم همدع کي طسوت هب ارضح نم دیاب تایضایر هک تسا نآ ارگدوهش زت [11] نیای قباطم اذل .دوش انب دنا هدش هتفرگ رطن رد یدوهش روط هب هک یعیبط دادعا هلابند هرابرد رد دعب و لبق یی ارگ سح اب دیدرت نودب هک دراد رارق یا هیلوا دوهش تایضایر یانب ریز رد رطن روطنیمه و رگید یکی سپس رگید یکی سپس ،دحاو زیچ کیده یم هزاجا ام هب و تسا هارمه ام دوجو هک میروآ یم تسد هب ار اهتنا یب یاه هلابند بیترت نیدب .مینک روصت ار نیای پ یب روط هب ات یش ره یعیبط دادعا هلابند یدوهش یانبم نیای زا .تسا یعیبط دادعا هاگتسد اهنا نیرتفورعم راک هب ار لامعا ای لحارم زا یهانتم یدادعت نآ رد و درک انب هدن زاس لاور کي هب دیاب ار رگید یضایر .دوش یم لابلاند اکما دح رسات ینیوکت طاحل زا تایضایر طسبارگ دوهش زت رد درب

رب . ی . ا . ل . یدنله نادییضایر طسوت هب ۱۹۰۸ لاس دودج رد) بتکم کي ناونع هب (ارگدوهش بتکم و (۱۸۸۵) یاهلاس رد رک نورک نوچ یناسک طسوت البق هب ای ارگدوهش میهافم یخرپ یلو دش زاغآ رثوا زا یخرپ ،هدش تیوقت اچ یردت نامز تشدگ اب بتکم نیای .دوب هدش زاربا (۱۹۰۶ - ۱۹۰۲) هراکناوپ هب طوبرم راکفا مامت رد یا هداعل قوف ریثأت و هدرک بلج دوخ هب ار ینونک هتسجرب نانادیضایر .تسا هتشاذگ تایضایر ینابم

هب هدن زاس یاهشور رب یراشفاپ الثم .دنراد یبالقنا هبنج ارگدوهش زت یاهدمایپ زا یخرپ داقعتا نآ هب نانادیضایر همه هک تسین یزیچ نآ هک دوش یم رجنم تایضایر رد دوجو زا یروصت **یدادعت رد دیاب تسا مزال نآ دوجو تابثا هک ییتسه** ، نای ارگدوهش یارب دنشاب هتشاد **هب رجنم ییتسه نآ دوجو مدع ضرع هک تسین یفاک دشاب ینتخاس یهانتم لحارم** ینونک تایضایر رد هک یدایز یدوجو نیهارب زا یرایسب هک تسا ینعم نادب نیای .**دوش صقانت** .دن تسین لوبق لباق نای ارگدوهش یارب دنوش یم هدی

نای ارگدوهش رطن زا .تساه وعومجم هیرطن هدن زاس یاهشور رب نای ارگدوهش یراشفاپ زا یمهم دروم ناونع هب ار نآ دیاب هکلب درک روصت یا هتخادرپ و هتخاس هیادرگ ناونع هب ناوت یمن ار وعومجم کي نیای .درک انب مدق هب مدق لاور کي هب ناوتب ار وعومجم رصانع نآ کمک هب هک درک یقلت ینوناق .دنک یم درار » اه وعومجم همه وعومجم دننام یزیم اصقانت یاه وعومجم دوجو اکما وعومجم موهفم (۳۲۴ ص ۲، ج ،تایضایر خیرات)

Logicism, intuitionism, and formalism هلاقم :اكنیاتىرب تیاس هب دىنك هعجارم نىنچمه هنىمز نىا رد

لئاسم و اهانارب ؛تایضایر یلامجا خیرات موس هسلج [12]