فصل سوم: شرح و بسط مطالب فصل دوم

- مقدمه: بحرانهای ریاضی؛ معضلات ریاضی
- پارادوکس های نظریه مجموعه ها؛ استفاده ابزاری آتئیست ها
- تبیین اوسعیت نفس الامر از وجود
- پاسخ به شبهه ملحدین

مقدمه: بحرانهای ریاضی؛ معضلات ریاضی

[1]یکی از بحران هایی که در فضای ریاضیات در قرن بیستم پیش آمد، پیدا شدن نظریه مجموعهها[2] و به تبع آن بحران هایی بود که در این نظریه پیدا شد[3]

۱. معضلات ریاضی

(بحران غیر از «مسائل حل نشده» و مسائل مشکل است؛ یعنی چیزی که اساس علم را به هم میریخت؛ یکی همان قضیه فیثاغورث است که خطإ قطر مثلث با ضلع مباین است و به یک عدد گنگ میرسیم. مهمترین مفهوم حساب تناسب بود و با یک زحمتی با این بحران مواجه شدند.)

[شیخ بهایی در کتاب خلاصه الحسابشان یک خاتمه ای دارند خیلی جالب:

> قد وقع للحكماء الراسخين في هذا الفن مسائل صرفوا في حلّها افكارهم و وجّهوا الي استخراجها انظارهم و توصّلوا الي كشف نقابها بكل حيلة و توسّلوا الي رفع حجابها بكل وسيلة فما استطاعوا اليها سبيلا و لا وجدوا عليها مرشدا و دليلا فهي باقية علي عدم الإنحلال من قديم الزمان و مستصعبة علي سائر الاذهان الي هذا الآن، و قد ذكر علماء هذا الفن بعضها في مصنّفاتهم و أوردوا شطرا منها في مؤلّفاتهم تحقيقا لإشتمال هذا الفن علي المستصعبات الآيات و إقحاما لمن يدّعي عدم العجز في الحسابيات و تحذيرا للمحاسبين من التزام الجواب عمّا يورد عليهم منها و حثا لأصحاب الطباع الوقادة علي حلّها و الكشف عنها، و أنا أورد في هذه الرّسالة سبعة منها علي سبيل الأنموزج اقتداء بمنارهم و اقتفاء لآثارهم، و هي هذه:
>
> الأولى: عشرة مقسومة بقسمين إذا زيد علي كلّ جذره و ضرب المجتمع في المجتمع حصل عدد مفروض.

> الثانية: مجزوإن زدنا عليه عشرة كان المجتمع جذرا و نقصناها منه كان للباقي جذراً.
>
> الثالثة:أقرّلزيد بعشرة الا جذر ما لعمرو و لعمرو بخمسة الاّجذر ما لزيد.
>
> الرابعة:عدد مكعّب قسم بقسمين مكعّبين.
>
> الخامسة:عشرة مقسومة بقسمين اذا قسمنا كل منهما علي الآخر و جمعنا لخارجين كان المجتمع مساويا لاحد قسمي العشرة.
>
> السّادسة: ثلاث مربّعات متناسبة مجموعها مربّع.
>
> السّابعة: مجذور اذا زيد عليه جذره و درهمان أو نقص منه جذره و درهمان كان المجتمع او الباقي جذر هذا.»

...ابتدای خاتمه می‌فرمایند: فرق معضل با بحران چیست؟ ...می گوید:«**خاتمه قد وقع للحكماء الراسخين في هذا الفن مسائل**»زیر کلمه مسائل خط بکشید. امروز می‌گویند:«problems» خود عرب ها می گویند مسئلة و مسائل. مرحوم شیخ همه مسائل تعبیری کردند، لذا می گویند که:«ا**ن اورد في هذه الرسالة سبعة منها**».

لغت problems که در دارنگلیسی به کار می برند صرفا به معنای مسئله نیست که ما در فارسی می گوییم.مسئله در فارسی گاهی یک بار مشکلی در آن هست. معضلی که می‌رداماد به کار بردند، خیلی قشنگ است[4].پیشنهاد من این است که problems را که این ها ترجمه می کنند بگویند: معضلات نه مسائل. بله ما مسئله را در فارسی به معنای چیز مشکل هم به کار می بریم.می گوییم این جا برای ما یک مسئله شده است.حتی به معنای بحران و معضل به کار می بریم.اما خود کلمه فی حد نفسه در ابتدا در بدوش شامل آن معنای مشکل نیست.تعجب است که عرب ها همه همین طور می‌گویند: مسائل، مسائل هیلبرت مثلاً، مسائل اسمیل،مسائل الالفیه.[5]

«**قد وقع للحكماء الراسخين مسائل**»حکمای راسخین در ریاضیات معضلاتی برایشان پیش آمده«**صرفوا في حلّها افكارهم و وجّهوا الي استخراجها انظارهم و توصّلوا الي كشف نقابها بكل حيلة و توسّلوا الي رفع حجابها بكل وسيلة فما استطاعوا اليها سبيلا**»خودشان را کشته اند.تعبیر خودکشی را حاج آقای حسن زاده زیاد به کار می بردند.خودکشی می کردند در این ها ولی نتوانستند حل کنند:«**و لا وجدوا عليها مرشدا و دليلا و هي باقية علي عدم الإنحلال من قديم الزمان** »از قدیم این ها مانده حل نشده است«**و مستصعبة علي سائر الاذهان الي هذا الآن**»تا این جا که من این را برایتان می نوشتم مستصعب است نتوانستند حل کنند.«**و قد ذكر علماء هذا الفنّ بعضها في مصنّفاتهم و أوردوا شطراً منها في مؤلّفاتهم تحقيقاً لإشتمال هذا الفن علي المستصعبات الآيات و إقحاماً لمن يدّعي عدم العجز في الحسابيات**»خیلی قشنگ است.بعضی می گویند در حساب که دیگر عجز معنا ندارد برو جلو.می گویند نه این ها را آوردند که چرا عجز نیست در حسابیات؟ همه عجز است، درنگ است، در جازدن است، معضل است. پیش می آید « **و تحيّراً**

للمحاسبين من التزام الجواب...»می گویند زود خیالتان نرسد به جواب رسیده اید.خودکشی کردندو جوابش را نیافتند.شما یک وقت غره نشوید لذا بعد می‌گویند:من هفت تا از آن معضلات را در این جا می آورم به عنوان خاتمه کتاب خودم.

پس در یک کلمه، شیخ بهایی هفت تا مسائل ریاضی را مطرح کردند.مسئله یعنی چه؟مسئله، نه یعنی مسئله. مسئله یعنیproblem، یعنی مشکل و معضلی آوردند که این ها حل نشده است. جالب است! ایشان هفت تا انتخاب کردند در زمان ما هم در سال 2000 برای هفت معضل ریاضی جایزه تعیین کردند.**Millennium Prize Problems**

... هفت تاست که یکیش حل شده است. کسی که حل کرد جایزه را نگرفت این طور در نظرم هست [6].

.. شیخ فرمودند. ببینید خلاصه الحساب ما یک نمایندهٔ است برای این که ختم کرده است خلاصه الحساب را با شکستن غرور ریاضی.ریاضیات خیلی عالی است، اما غرور آور نباید باشد.باید عملاً ببینید که معضلاتی داریم که خودکشی کردند و حل نشده است.حالا ببینید تا چه زمانی حل بشود یا نشود.

در ابتدای قرن بیستم هم هیلبرت 22 تا مسئله ریاضی مطرح کرد[7] :Hilbert's problems.طی قرن بیستم این ها مطرح بود.این اواخر هم اسمیل سیزده چاردهٔ معضل مطرح کرد که آن ها هم چندتایش حل شده است[8].منظور این است که این ها را می گوییم معضلات.

۲. بحران های ریاضی

اما بحران چیست؟crisis .عرب ها می گویند ازمهٔ. «ازمهٔ الریاضیات». «الازمات الثلاثة». «الازمات فی الریاضیات». معضل یک امر مشکلی است، اما دم و دستگاه را به هم نمی ریزد.مثالی که می توانم خدمتتان عرض کنم مثل یک کشتی است.می آیند می گویند الان معضلی شده است فلان شیر فلان مخزن باز نمی شود.کارمان گیر است.شیر باز نمی شود.این را می گوییم معضلی است برای کشتی، ولی بحران نیست.

بحران وقتی است که توفانی می شود که الان کشتی با همه چیزش می رود زیر آب.این می شود بحران. این خیلی تفاوت دارد با معضلات و مسائلی که باید حل شود.زمان مرحوم شیخ معضلاتی بوده که به یک نحوهایی حل شده بود.بحران هایی هم بوده که حل شده بود.زمان ایشان بحران خیلی نمودداری نبوده که بفرمایند.

در این کتاب تاریخ ریاضیات که مال هاوارد است-دو جلد است و به فارسی هم ترجمه شده است[9]- ایشان می گوید بحران های ریاضی در طول تاریخ ریاضیات سه تا بوده است.

یکی بحران کشف اعداد گنگ[10]،

دومی بحران کشف حساب جامعه و فاضله مشتق و انتگرال[11]،

سومی هم بحران نظریه مجموعه ها در قرن بیستم[12]،

من در ذهنم هست که شاید منظورش، بحران در ریاضیات مطلق بوده است و الا کشف هندسه های نااقلیدسی در این اواخر هم خودش یک بحران بود. اصلاً شرایطی رسیده بود که بعضی از هندسه دان ها ریاضی دان می گفتند ای کاش ما وارد نشده بودیم[13].یعنی این قدر تحت فشار مطالب عصبی بودند. کل هندسه به هم می ریخت و ریخت.فلذا آلآن هندسه های اقلیدسی و نااقلیدسی کنار همند .خیلی مهم است که سلطان مقتدری را که بر تخت امپراتوری کل هندسه نشسته- هندسه اقلیدسی -بخواهند از تخت پایین بکشند و بشود در ردیف یکی دیگر از آن هندسه ها.خیلی کار می برد. خودش بحران است، ولی ایشان در کتاب تاریخ ریاضیات هندسه های نااقلیدسی را توضیح داده است، اما به عنوان بحران از آن نام نبرده است[14][15].]

این ها از یک بحران علمی در ریاضیات خواستند سوء استفاده کنند.اصل مطلب آن هایک مطلب ریاضی است که هیچ ربطی به خدا ندارد و جالب این است که خود کانتور که اول بار به این پارادوکس توجه پیدا کرد موحّد بود[16] و راسل که پارادوکس بعدی را که قوی تر است یافت، شکّاک بود؛ اما شخصی به نام گریم[17] مدعی شده که این برهانی بر عدم خداست و ظاهرا نزد آتئیستهای مثبتگرا[18] این از مهمترین برهان ها قلمداد میشود که خواهیم دید کاملا مبتنی بر یک خلط مبحث است.

خلاصه استدلال آن ها این است که ما بینهایت عدد داریم؛ و هر عددی با عدد دیگر یک رابطه دارد؛ پس بینهایت رابطه میشود که هر رابطه‌ای، یک حقیقت است متمایز از حقیقت دیگر. وقتی با حقایق متمایز روبرو شدیم، پس میتوانیم مجموعه‌ای از حقایق داشته باشیم؛ آنگاه سراغ نظریه مجموعه‌ها میرویم و این حقایق را در بزرگ ترین مجموعه، که مجموعه همه حقایق است قرار میدهیم. و میدانیم مجموعه‌ی همه حقایق، ناممتناهی است. تا اینجا بحث، ریاضی بود. بعد میگویند در ریاضیات اثبات شده که چنین مجموعه‌ای (مجموعه همه حقایق) پارادوکسیکال است؛ پس نمیتواند وجود داشته باشد؛ پس کسی هم که بخواهد علم به آن داشته باشد وجود ندارد.

قضیه کانتور

اما چرا مجموعه‌ی همه حقایق، پارادوکسیکال است؟ کانتور که موسس نظریه مجموعه‌ها بود خودش متوجه مشکلی شد و آن در خصوص «مجموعه همه مجموعه‌ها» بود. هر مجموعه‌ای رابطه‌ای با زیرمجموعه‌هایش دارد که تعداد زیر مجموعه‌ها بزرگتر از تعداد اعضای اصلی خود مجموعه است. مثلا مجموعه {زید ، عمرو} را در نظر بگیرید. این مجموعه چند زیرمجموعه دارد: {زید}، {عمرو}،{} (= مجموعه تهی)، {زید، عمرو}. یعنی واضح است که عدد اصلی هر مجموعه (در اینجا: 2) کمتر از تعداد زیر مجموعه‌هایش (در اینجا: 4) است.

 حال «مجموعه همه مجموعه‌ها» را در نظر بگیرید. این مجموعه، اگرچه بینهایت است اما در همان بینهایتهایش یک عدد اصلی دارد و طبق استدلال فوق، تعداد زیر مجموعه‌هایش بیشتر از این عدد میشود. پس مجموعه‌ای که شامل این زیر مجموعه‌ها شود، مجموعه همه مجموعه‌هاست، نه آن که ما ابتدا فرض گرفته بودیم. دوباره نقل کلام به این مجموعه میکنیم و این راه هیچگاه متوقف نمیشود؛ پس مجموعه همه مجموعه‌ها نمیتواند وجود داشته باشد[19].

پارادوکس راسل

بعدها راسل پاراداکس دیگری یافت که از این قوی تر است[20]. میدانیم که مجموعه‌ها دو قسمند: مجموعه‌هایی که عضو خودشان نیستند (مثل مجموعه صندلیهای این اتاق) و مجموعه‌هایی که عضو خودشان هستند (مثل مجموعه مفاهیم کلی).

وی دسته اول را مجموعه‌های طبیعی نامید. حال بحث در مجموعه‌ی مجموعه‌های طبیعی است که آیا عضو خودش هست یا نیست؟ اگر عضو خودش باشد، پس عضو خودش نیست و اگر عضو خودش نباشد پس عضو خودش است و این پاراداکس است.

---

[1] مطالب اصلی این فصل، تقریری مباحثی است که با عنوان شرح مقاله با خدایی گام به گام در ضمن جلسات اصول سال ۱۳۹۲-۱۳۹۳ (در روزهای چهارشنبه)و در تاریخ ۱۰/ ۲/ ۱۳۹۳ و ۱۷/ ۲/ ۱۳۹۳ و ۳۱/ ۲/ ۱۳۹۳ صورت گرفته است. علاوه‌بر متن اصلی، از بخشی از افادات موجود در جلسات حکمت و عرفان شیعی بهره بردهایم که با کروشه متمایز شده است.

[2] نظریه مجموعه‌ها به انگلیسی: (Set theory) شاخه‌ای از منطق ریاضی است که به مطالعه مجموعه‌ها می‌پردازد. مجموعه‌ها، گردایه‌ای از اشیاء هستند. هر چند هر نوعی از اشیاء می‌توانند یک مجموعه را تشکیل دهند، اما نظریه مجموعه‌ها اغلب در مورد اشیاء مرتبط با ریاضی به کار می‌رود. زبان نظریه مجموعه‌ها را می‌توان در تعریف تقریباً همه اشیاء ریاضی به کار برد. مطالعه جدی بر روی نظریه مجموعه‌ها توسط گئورگ کانتور و ریچارد دِدکیند در دهه ۷۰ قرن ۱۸ میلادی شروع شد. بعد از کشف تناقض‌های نظریه طبیعی مجموعه‌ها، دستگاه‌های اصل موضوعی بیشماری در اوایل قرن ۲۰ مطرح شدند که معروفترین آنها اصل موضوعه زرملو-فرانکل و اصل موضوعه انتخاب هستند.

[3] در زمینه بحرانهای ریاضیات مراجعه کنید به : چند جلسه اجمالی در مورد تاریخ ریاضیات، بحرانها و مسائل

[4] ایشان کتابی با نام الاعضالات دارند و در آن به بررسی معضلات علوم مختلف از جمله ریاضیات، کلام و فقه پرداخته‌اند که از این میان شش معضل اول مربوط به ریاضیات است. کتاب اینگونه آغاز می‌شود: بسم اللّه الرحمن الرحيم و الاعتصام بالعزيز العليم بعد الحمد للّه و الصلاة على عباده المصطفين. فيا ولدي الروحانيّ و يا حبيبي العقلانيّ، يا شرف آل خاتون، و يا من هو بقريحته الشاهقة الملكوتيّة لكلّ علم غامض قانون. رقاك اللّه إلى قصيا المعارج في النشأتين، و لقّاك نضرة العيش على قصوى المدارج في العالمين. أقرّ اللّه أعيننا بمشاهدة جمالك، و سقانا كأسا دهاقا من رحيق وصالك.

لا تلهينّ سرّك اللطيف عن التدبّر في هذه الإعضالات العويصة التي كسائر نظائرها من العويصات الداهية السآجية و المعضلات السآحية السآطية في فنون العلوم و أفانين الصنّاعات، كان فلّ وفدتها و حلّ عقدتها أمرا مرهونا في الأعصار و الدهور بزمنان و شيئا مضمونا للأفهام و العقول من قبلنا. و اللّه سبحانه قد يسّرنا للفصية عنها و القول الفصل فيها بجميل منّه و إكرامه و جزيل فضله و إنعامه. ذلك فضل اللّه يؤتيه من يشاء، و اللّه ذو الفضل العظيم.

الإعضال الأوّل (زاوية حدبة الدائرة و الخط المماسّ إيّاها)

قد برهن أقليدس في خامس عشر ثالثة «الأصول» على أنّ زاوية حدبة الدائرة و الخطّ المماسّ إياها أصغر من كلّ حادّة مستقيمة الخطين.(مصنفات ميرزا دامادی، النص، ص: 267)

[5] با توجه به کاربردهای مختلف کلمه problem به نظر می‌رسد که لااقل از دو عبارت برای ترجمه این کلمه در زبان فارسی ای سایر زبان‌ها بهره برد: مسئله و معضل. در مورد مسائل جهان واقعی(real-world problems) تعبیر مسئله، مناسب است درحالی‌که در مسائل انتزاعی‌تر مانند مسائل هیلبرت و اسمیل باید از واژه معضل استفاده کرد.

[6] گریگوری ایکوولویچ پرلمان (روسی: ???????? ????????? ?????????؛ IPA: [?r????or??j ?jakəvl??v??t? p??r??l??man] زاده ۱۳ ژوئن ۱۹۶۶) ریاضیدان اهل روسیه است که به دلیل مشارکت در تجزیه و تحلیل هندسه ریمانی و توپولوژی هندسی شناخته شده‌است. او به‌طور گسترده به عنوان یکی از بزرگترین ریاضیدانان زنده شناخته می‌شود.

وی به دلیل اثبات حدس پوانکاره، مسئله‌ای که یک قرن ذهن بسیاری از ریاضیدانان را به خود مشغول کرده بود، در سال ۲۰۰۶ برنده مدال فیلدز شد که عالی‌ترین جایزه در زمینهٔ ریاضیات است. این نابغه بزرگترین افتخار دنیای ریاضی جهان را کسب کرد اما از پذیرش این جایزه سر باز زد و گفت «من به پول یا شهرت علاقه‌ای ندارم؛ نمی‌خواهم مثل یک حیوان در باغ وحش به نمایش گذاشته شوم.» در ۲۲ دسامبر ۲۰۰۶، مجله علمی ساینس اثبات حدس پوانکاره را به عنوان تحول علمی سال به رسمیت شناخت. این نخستین باری بود که چنین تحولی در زمینه ریاضی رخ می‌داد

جان بال، رئیس مرکز جهانی ریاضیدانان، گفت که وی شخصاً از پرلمان خواسته بود تا این جایزه را ببرد، اما پرلمان به او گفته که از آنجایی که خودش را جزو جامعه ریاضیدانان جهانی نمی‌داند و احساس تکافتادگی می‌کند این جایزه را نمی‌پذیرد.

آقای پرلمان به خبرنگار یکی از روزنامه‌های بریتانیا دربارهٔ علت نپذیرفتن جایزه مؤسسه کلی گفت: «من همه آنچه را که می‌خواهم، در اختیار دارم.»

او برنده جایزه نقدی به ارزش یک میلیون دلار هم شده بود، که این جایزه بخاطر تئوری آقای پرلمان در مورد فضای چند بعدی به او تعلق یافت؛ اما او این جایزه را هم نپذیرفت.

آقای پرلمان برنده المپیاد ریاضی تمام روسی بوده و همچنین مشارکت‌های تحول‌سازی در هندسه ریمانی و توپولوژی هندسی داشته‌است.

در سال ۲۰۱۰ اعلام شد که ایشان به دلیل اثبات حدس پوانکاره حایز معیارهای لازم برای دریافت نخستین جایزه هزاره کلی است. در ۱ ژوئیه ۲۰۱۰ آقای پرلمان این جایزه را در کرد و تصمیم هیئت داوران و جایزه را بسیار غیرمنصفانه دانست و گفت مشارکتش در حل فرض پوانکاره از ریچراد همیلتون بیشتر نبوده‌است. ایشان همچنین جایزه معتبر جامعه ریاضی اروپا را در کرد.(سایت ویکی پدیا)

[7] در سال ۱۹۰۰ میلادی دیوید هیلبرت (۱۸۶۲- ۱۹۴۳م) در دومین کنگره بین المللی ریاضی دانان در پاریس در یک سخنرانی از مسائل ریاضیات سخن گفت و پس از آن هرمن ویل (Herman Weyl) درباره آن مسائل چنین گفت: «هرکس این مسائل را حل کند به کلاس افتخاری ریاضیدانان وارد می شود.» در همین سال هیلبرت به یک ریاضیدان برجسته در آلمان تبدیل شد. او به خاطر حل

مسائل اساسی در نظریه ی پایایی و گزارش مهم در نظریه اعداد که در سال ۱۸۹۶ به چاپ رسید مشهور شد. در سال ۱۸۹۹ به درخواست کلاین (Klein) او کتاب مبانی هندسه را برای تجلیل از مقام گائوس (Gauss) و وبر (Weber) در گوتینگن به چاپ رساند. هورویتز (Hurwitz) در نامه ای به هیلبرت درباره ی این کتاب نوشت: «شما با نوشتن این کتاب کوچک زمینه ی شگرفی از تحقیقات را باز کردی که می تواند آن را ریاضیات اصل موضوعه نامید که بسیار فراتر از قلمرو هندسه است. او طی این سخنرانی ۲۳ مسئله در رابطه با ریاضیات را عنوان نمود که عناوین آن به شرح زیر هستند:

۱- ????? ?????? ???? ??? ???????? ???????

۲- ??????? ???? ?????? ? ????

۳- ????? ??? ?? ??? ???? ?? ????? ????? ? ?????? ?????

۴- ????? ?? ?????? ?? ????????? ????? ??? ?? ????

۵- ????? ?? (Lie) ?? ???? ??? ?????? ?? ??????? ???? ??? ???? ????? ????? ????? ????? ? ???? ??

۶- ????? ?????? ??? ?????? ??????? ???? ?????

۷- ??? ? ?????? ???? ?????? ????

۸- ????? ????? ???? ????? ????? ??? ? ????? ? ?????

۹- ????? ??? ???? ??? ????? ?? ?? ?????

۱۰- ??? ?? ???????? ???? ????? ?? ????? ??????? ???????? ???? ????.

۱۱- ????? ? ?? ????? ???? ??? ??? ???? ??? ?? ????? ???? ????

۱۲- ????? ???? ? ?????? ???? ????? ??? ???? ?? ?? ?????? ???? ????

۱۳- ?????? ???? ?? ??????? ??? ???? ? ???? ?????? ???? ?? ?? ?????

۱۴- ????? ?????? ???? ????????? ???? ? ???? ?? ?????

۱۵- ????? ? ????? ???? ?? ???? ????? ????? (Schubert)

۱۶- ????? ???????? ????? ?? ? ???? ??? ???? ? ????? ????? ???? ????? ???? ??? ??? ????????? ??? ???? ?? ?? ????

۱۷- ????? ??? ??? ???? ???? ???? ?????

۱۸- ????? ?????? ??????? ?? ????? ?????? ??????? ??? ????

۱۹- ??? ???? ??? ????? ???? ?? ???? ??????? ?????? ?????? ????

۲۰- ????? ? ?? ????? ? ??? ???? ????? ??? ????

۲۱- ????? ???? ??????? ????????? ??? ?? ???? ????????? ?? ??? ????? ???

۲۲- ??????? ???? ????? ?????? ???? ????? ?????????

۲۳- ????? ? ????? ??? ??? ???? ???????.

(سایت آی هوش)

[8] مسائل اسمیل (به انگلیسی: Smale's problems) فهرستی از هجده مسئله حل نشده ریاضی در سال ۱۹۹۸ است که توسط استیو اسمیل در همین سال انتشار یافت و در ۱۹۹۹ بازنشر شد. اسمیل این فهرست را در پاسخ به درخواست ولادیمیر آرنولد که در آن زمان معاون مدیر کل اتحادیه جهانی ریاضیات بود، تدوین کرد. آرنولد از گروهی از ریاضیدانان خواسته بود تا فهرستی از مسائل ریاضی برای قرن بیست و یکم پیشنهاد دهند. الهام بخش او در طرح این خواسته، فهرست مسائل هیلبرت بود که در اوائل قرن بیستم توسط ریاضیدان نامی، هیلبرت، پیشنهاد شده بود.

از میان این مسائل، تا کنون بعضی به صورت جزئی پاسخ داده شده اند. علاوه بر این، تا سال ۲۰۱۶ نیز سه مسئله به صورت کامل حل شده است. این سه مسئله شامل حدس پوانکاره (مسئله شماره ۲ در فهرست اسمیل) حل شده توسط گریگوری پرلمان در سال ۲۰۰۳، مرکز سازهای دفیموفیسم‌ها (مسئله شماره ۱۲) حل شده توسط امی ویلکینسون در سال ۲۰۰۹ و سیستم لورنز (مسئله شماره ۱۴) حل شده توسط واروی توکر در سال ۲۰۰۲ است.(سایتویکی پدیا)

[9] ترجمه دکتر محمدقاسم وحیدی اصل

[10] مراجعه کنید به جلسات فقه هوش مصنوعی، جلسه ۸، مبحث فیزیکی و ذهنی نبودن عدد پی و جلسه دوم و سوم تاریخ اجمالی ریاضیات: مسائل و بحران‌ها

[11] جلسه پنجم آشنایی اجمالی با تاریخ ریاضیات: مسائل و بحران ها

[12] از مطالعه تاریخ ریاضیات از عهد یونان باستان تا زمان حاضر آشکار می‌شود که مبانی ریاضیات، سه بحران تکان دهنده را پشت سر گذاشته است که در آن‌ها، در هر مورد، بخش وسیع از ریاضیات که تا آن زمان استوار به نظر می رسیده در معرض تردید قرار گرفته و به تجدید نظر فوری نیاز پیدا کرده است.

نخستین بحران در مبانی ریاضیات در قرن پنجم ق. م پیش آمد و در واقع چنین بحرانی نمی توانست پیشتر از آن رخ دهد زیرا ، همچنانکه دیده ایم ، ریاضیات به عنوان يك علم قیاسی زودتر از قرن ششم ق.م. شاید به توسط تالس فیثاغورس و شاگردان آن‌ها شروع نشده بود. این بحران با کشف ان منتظر این مطلب که همه کمیت‌های هندسی همجنس با یکدیگر متوافق نیستند به جلو انداخته شد؛ مثلا نشان داده شد که قطر و ضلع يك مربع هیچ مقیاس مشترکی ندارند. چون بسط فیثاغورسی کمیت‌ها بر این اعتقاد راسخ شوندی که همه کمیت‌های همجنس متوافق اند بنا شده بود؛ این کشف که کمیت‌های همجنس، ناموافق هم می توانند باشند بسیاری مخرب از کار در آمد به عنوان مثال كل نظريه فيثاغورسي تناسب با همه تبعات آن می بایست به دلیل سست بنیادی به کناری گذاشته می شد. رفع این نخستین بحران در میان ریاضیات نه به سادگی و

ن به سرعت می‌سر بود. این مقصود سرانجام در حدود سال ۳۷۵ ق.م. توسط ائودوكسوس زيرك حاصل شد که نظریه تجدید نظر یافته او در باره كميتها و تناسب یکی از بزرگترین شاهکارهای همه اعصار است. بررسی قابل توجه ائودوکسوس از نامتوافقها را می‌توان در مقاله پنجم اصول اقلیدس یافت؛ مطالعه وی اساساً با شرح جدیدی که توسط ریشارد در کیندر در سال ۱۸۷۲ از اعداد گویا داده شد، انطباق دارد. ما این نخستین بحران در مبانی ریاضیات را در بخش ۳-۵ و چگونگی رفع آن را توسط ائودوکسوس در بخش ۵-۵ دیده ایم این امکان کامل موجود است که بحران مزبور عمدتاً برآثر فرمول‌بندی و پذیرش روش اصل موضوعی در ریاضیات پیدا شده باشد.

دومین بحران در مبانی ریاضیات پس از کشف حسابان توسط نیوتن و الی‌بنیتز در اواخر قرن هفدهم پیش آمد. دیدیم که چگونه جانشینان این دو تن سرمست از قدرت و کار پذیری این ابزار جدید از استحکام به قدر کفایت پایه ای که این موضوع بر آن بنا شده بود غافل ماندند، به طوری که به جای داشتن براهینی که نتایج را موجه نماید نتایج را برای توجیه براهینی به کار گرفتند. با گذشت زمان تناقضها و پارادوکسهای روز افزون پیش آمد و بحرانی جدی در مبانی ریاضیات آشکار گردید. این نکته بیشتر و بیشتر تشخیص داده شد که بنای آنالیز خانه ای به روی شن است و سرانجام در اوایل قرن نوزدهم کوشی اولین گامها را در جهت حل این بحران با گذاشتن روش دقیق حدود به جای روش مبهم بی‌نهایت کوچکها، برداشت با به اصطلاح حسابیدن آنالیز که توسط واریشتراس و پیروانش در قدم بعد انجام شد. این احساس به وجود آمد که بر دومین بحران در مبانی آنالیز غلبه حاصل شده است. کل ساختار ریاضیات از مشکل رها و بر پایه ای عاری از اشکال قراردادهٔ شده است. ریشه و نحوه رفع این دومین بحران در مبانی ریاضیات موضوع بخش ۹-۱۴ بود. پیش اخطارهای این بحران را می‌توان در پارادوکسهای مشهور زنون به حدود ۴۵۰ ق.م. مشاهده کرد.

سومین بحران در مبانی ریاضیات به طور غیر مترقبه ای در سال ۱۸۹۷ متجسم شد، و گر چه اکنون قدمتی بیش از نصف قرن دارد هنوز به نحوی که رضایت همه افراد ذیعلاقه را فراهم آورد، حل نشده است. این بحران با کشف پارادوکسها ای تعارضاتی در حاشیه نظریه عام مجموعه ها منسوب به کانتور پدیدار شد. چون مفاهیم مجموعه تداخل زیادی در قسمت اعظم ریاضیات دارد و به همین دلیل می‌توان در واقع آن را پایه ای برای ریاضیات قرار داد کشف پارادوکسهایی در نظریه مجموعه ها طبیعتاً در اعتبار تمامیت ساختار بنیادی ریاضیات سایه تردید می افکند.

در سال ۱۸۹۷ ریاضیدان ایتالیائی بورانی - فورتی، اولین پارادوکس در نظریه مجموعه ها را به معرض توجه عموم در آورد این پارادوکس به صورتی که در ذهن بودلی فورتی بوده و توسط او بیان شده متضمن اصطلاحات فنی وابسته هایی است که در این بررسی محدود، جای بسط آن وجود ندارد. معهذا، جوهر این پارادوکس را می توان با یک توصیف غیرفنی از پارادوکس کامل مشابهی که دو سال بعد توسط کانتور پیدا شد، ارائه کرد. کانتور در نظریه مجموعه های خود موقوف به اثبات این مطلب شد که به ازای هر عدد ترانسفینی معروض همواره یک عدد ترانسفینی بزرگتر از آن وجود دارد. عینا همانطور که بزرگترین عدد طبیعی موجود نیست، بزرگترین عدد ترانسفینی هم وجود ندارد. حال مجموعه ای را در نظر بگیرید که اعضای آن کلیه مجموعه های ممکن باشند. مطمئناً هیچ مجموعه ای نمی تواند اعضای بیش از این مجموعه کلیه مجموعه ها داشته باشد. ولی اگر چنین باشد چگونه یک عدد متعالی بزرگتر از عدد ترانسفینی این مجموعه می تواند وجود داشته باشد؟

در حالی که پارادوکسهای بورالی - فورتسی و کانتور متضمن نتایجی از نظریه مجموعه هاست برتراند راسل در سال ۱۹۵۲ پارا ودکسی کشف کرد که به چیزی جز مفهوم صرف خود مجموعه بستگی ندارد. قبل از بیان پارادوکس راسل ، متذکر می شویم که مجموعه‌ها ای اعضای خود هستند ای اعضای خود نیستند. مثلاً مجموعه همه ایده های مجرد خود ایده مجردی است، ولی مجموعه همه انسانها یک انسان نیست . همچنین ، مجموعه همه مجموعه ها خود یک مجموعه است ولی مجموعه کلیه ستارگان یک ستاره نیست. مجموعه کلیه مجموعه هایی را که اعضای خودشان هستند با M، ومجموع کلیه مجموعه هایی را که اعضای خودشان نیستند با N نشان میدهیم حال از خود می پرسیم که آیا

مجموعه عضو خودش هست ای نیست . اگر N یکی از اعضای خودش باشد، در این صورت N عضو Mاست و من عضو N و N يك عضو خودش نیست. از طرف دیگر اگر N یکی از اعضای خود نباشد آنگاه یکی از اعضای N و من M است ، و N یکی از اعضای خودش می باشد. پارادوکس از این حقیقت ناشی میشود که در هر حالت به يك تناقض می رسیم.

صورت فشرده تر و دور از اطنابی از پارادوکس راسل را می توان به شکل زیر ارائه کرد. فرض کنید X مجموعه دلخواهی باشد. در این صورت بنابر تعریف N،

(???) <<->> (?¢X)

حال X را N بگیرید و به تناقض زیر برسید

(???)<<->> (N¢N).

راسل این پارادوکس را طی نامه ای برای فرگه فرستاد این نامه درست بعد از آنکه فرگه آخرین جلد اثر عظیم دو جلدی خود درباره مبانی حساب را تکمیل کرده بود، به او رسید. فرگه در پاسان کتاب خود با جملات متاثر کننده و کاملا تواضعانه خویشتن داری زیر به این نامه اشاره کرد: برای یک دانشمند هیچ چیزی نامطبوعتر از آن نیست که به محض اتمام کاری مبنای آن را در حال فروپاشی ببیند نامه ای از آقای برتراند راسل در زمانی که کتاب تقریباً آماده سپردن به چاپخانه بود مرا در چنین وضعی قرارداده است. حاصل زحمات ده سال ای بیشتر همین بود.

به پارادوکس راسل به شکلهای مختلف جنبه عامیانه داده شده است. یکی از مشهورترین شکلهای آن توسط خود راسل در سال ۱۹۱۹ داده شد و به گرفتاری آرایشگری در يك دهکده معین مربوط میشود که میبایست کار خود را بر این گذارده که فقط و فقط صورت آن عده از اهالی دهکده را بتراشد که خود صورت خود را نمی تراشند. ماهیت پاردار کسی وضعیت این شخص وقتی تشخیص داده میشود که بخواهیم به سوال زیر پاسخ دهیم، « آیا این آرایشگر صورت خود را خود میتراشد یا نه؟ اگر وی صورت خود را بتراشد، در این صورت مطابق اصل اعلام شده از طرف خود نباید این کار را انجام دهد. اگر وی صورتش را خود نتراشد در این صورت مطابق اصل خود باید این کار را انجام دهد.

از زمان کشف تناقضهای بالا در بطن نظریه کانتوری مجموعه ها، پارادوکسهای فراوان دیگری به وجود آمده اند. این پارادوکسهای جدید نظریه مجموعه ها به چندین پارادوکس قدیمی در منطق مربوط میشوند. مثلاً نکته زیر به ائوبولیدس مربوط به قرن چهارم ق.م. نسبت داده می شود، چیزی که الان میگوییم اندرست است. اگر گفته اون بولیدس درست باشد آنگاه بنابر گفته خود او این گفته باید اندرست باشد. از طرف دیگر ، اگر گفته ائوبولیدس اندرست باشد در این صورت نتیجه میشود که گفته او باید درست باشد. بدین ترتیب گفته اون بولیدس نمی تواند بی آنکه موجب تناقضی شود نه درست و نه نادرست باشد. پارادوکسی منسوب به اپیمنیدس که در صحت انتساب آن به اپیمنیدس جای تردید است شاید قدیمیتر از پارادوکس اون بولیدس باشد. اپیمنیدس که خود فیلسوفی از اهالی کرت ۲ در قرن ششم ق.م بود گوای چنین گفته است که اهالی کرت همیشه دروغ می گویند. از تحلیل ساده این گفته آشکار میشود که این نیز ناقض خود است.

وجود پارادوکسهایی در نظریه مجموعه ها نظیر پارادوکسهای بالا، به وضوح آشکار می کنند که کار از جایی عیب دارد از زمان کشف آنها نوشته های زیادی درباره این موضوع منتشر، و کوششهای متعددی در جهت رفع آنها پیشنهاد شده است. (آشنایی با تاریخ ریاضیات، ج ۲، ص ۳۱۵-۳۱۸)

[13] اصل پنجم اقليدس كه ايجاز ساير اصول را نداشت، به هيچوجه واجد صفت بديهي نبود. در واقع اين اصل بيشتر به يك قضيه شباهت داشت تا به يك اصل. بنابراين طبيعي بود كه لزوم واقعي آن به عنوان يك اصل مورد سئوال قرار گيرد. زيرا چنين تصور مي شد كه شايد بتوان آن را به عنوان يك قضيه من اصل از ساير اصول استخراج كرد، اي حداقل به جاي آن مي توان معادل قابل قبول تري قرار داد. در طول تاريخ رياضيدانان بسياري از جمله، خواجه نصيرالدين طوسي، جان واليس، لژاندر، فوركوش بوياوئي و ... تلاش كردند اصل پنجم اقليدس را با استفاده از ساير اصول نتيجه بگيرند و آن را به عنوان يك قضيه اثبات كنند. اما تمام تلاشها بي نتيجه بود و در اثبات دچار خطا مي شدند و به نوعي همين اصل را در اثبات خود به كار مي بردند. دلامبر اين وضع را افتضاح ناميد. ياونوش بوياوئي يكي از رياضيدانان جواني بود كه در اين راه تلاش مي كرد. پدر وي نيز رياضيداني بود كه سالها در اين اين مسير تلاش كرده بود . و طي نامه اي به پسرش نوشت: تو ديگر نبايد براي گام نهادن در راه توازي ها تلاش كني، من پيچ و خم اين راه را از اول تا آخر مي شناسم. اين شب بي پاياني همه روشنايي و شادماني زندگي مرا به كام نابودي فرو برده است، **التماس مي كنم دانش موازيها را رها كني**. ولي ياونوش جوان از اخطار پدر نهراسيد، زيرا كه انديشه ي كاملاً تازه اي را در سر مي پروراند. او فرض كرد نقيض اصل توازي اقليدس، حكم بي معني اي نيست. وي در سال 1823 پدرش را محرمانه در جريان كشف خود قرار داد و در سال 1831 اكتشافات خود را به صورت ضميمه در كتاب تنتامن پدرش منتشر كرد و نسخه اي از آن را براي گائوس فرستاد. بعد معلوم شد كه گائوس خود مستقلاً آن را كشف كرده است. بعدها مشخص شد كه لباچفسكي در سال 1829 كشفيات خود را در باره هندسه نااقليدسي در بولتن كازان، دو سال قبل از بوئي منتشر كرده است. و بدين ترتيب كشف هندسه هاي نااقليدسي به نام بوياوئي و لباچفسكي ثبت گرديد.(ساعت راسخون، مقاله هندسه نااقليدسي) همچنين

مراجعه كنيد به صفحه janos Bolyai

[14] دو رويداد رياضي مهم و انقلابي در نيمه اول قرن نوزدهم به وقوع پيوست. اولين آنها كشف هندسه خود سازگاري ، غير از هندسه مرسوم ،اقليدس در حدود سال ۱۸۲۹ بود؛ دومي كشف جبري متفاوت با جبر معمولي دستگاه اعداد حقيقي در سال ۱۸۴۳ بود. اكنون توجه خود را به بررسي اين دو رويداد معطوف كرده ابتدا آن را كه در زمينه هندسه است مورد بحث قرار ميدهيم.

شواهدي در دست است كه بسط منطقي نظريه موازيها ويانيان قديم را به طور قابل ملاحظه اي دچار در دسر كرده بود اقليدس با تعريف خطوط موازي به عنوان خطوطي واقع در يك صفحه كه هر اندازه آنها را در هر جهت امتداد دهيم يكديگر را تلاقي نمي كنند و با پذيرفتن اصل توازي خود به عنوان يك اصل موضوع كه امروزه مشهور است ، به اين مشكلات پاسخ داد. اين اصل (براي ديدن بيان آن نگاه كنيد به بخش ۵ - ۷) كه ايجاز ساير اصول را ندارد به هيچوجه واجد صفت بديهي نيست. در واقع اين اصل، عكس قضيه ۱۷ است و بيشتر به يك قضيه شباهت دارد تا يك اصل بعلاوه اقليدس از اين اصل نواز تا وقتي كه به قضيه ۲۹ مي رسد، استفاده نمي‌كند. طبيعي بود كه لزوم واقعي اين اصل مورد سؤال قرار گيرد و چنين تصور شود كه شايد بتوان آن را به عنوان قضيه اي از نه «اصل متعارفي» و «اصل موضوع» ديگر استخراج كرد اي حداقل بتوان به جاي آن معادل قابل قبولتري را قرار داد. ...

تلاشها در جهت استخراج اصل توازي به عنوان قضيه اي از نه اصل متعارفي و اصل موضوع ديگر هندسه دانان را براي متجاوز از دو هزار سال مشغول كرد و منجر به برخي از دوررستريني پيشرفتهاي رياضيات نوين شد. براهين متعددي براي اين اصل ارائه شد اما طولي نكشيد كه نشان داده شد كه هر يك از آنها مبتنيبر يك فرض تلويحي معادل با خود اصل بودهاند...

بوبوئي كشفيات خود را در سال ۱۸۳۲ در ضميمه اي بركارهاي رياضي پدرش به چاپ رساندي. بعداً معلوم شد كه لباچفسكي كشفيات مشابهي را زودتر در سالهاي ۱۸۲۹-۱۸۳۰ منتشر كرده است.

ولی به دلیل موانع زبانی و کندی در گسترش اکتشافات جدید موجود در طی آن سالها کار لباچفسکی چند سالی در اروپای غربی ناشناخته ماند. به نظر می رسد نیازی به بحث درباره نظریه های بغرنج و احتمالاً بی اساس داری بر اینکه چگونه هر يك از این سه تن اطلاعاتی از کشفیات یکی دیگر به دست آورده و به خود منتسب کرده است، نباشد. در آن زمان هم سوءظن و هم متهم کردن دیگران تا حد زیادی وجود داشته است.

ای ون (ای ووهان) بوييوئی يك افسر مجارستانی در ارتش اطریش و فرزند فورکوش ای وولفگانگ بوييوئی، يك معلم رياضی والیتی و دوست دیرینه گاوس بود. بدون شك محرك بوویوئی جوان در مطالعه اصل توازی، پدرش بود که پیشتر از آن علاقه مندی خود را به این مسئله نشان داده بود پیش از سال ۱۸۲۳ ای ون بوویوئی شروع به درک ماهیت واقعی مسئله ای که با آن مواجه بود کرد و در نامه ای که طی این سال به پدر نوشت، شیفتگی خود را به کار خود نشان میدهد. در این نامه وی عزم خود را برای چاپ رساله ای در باب نظریه موازی به محض آنکه زمان و فرصت تنظیم مطالب را پیدا کند اعلام کرده و ادا در می دهد که «من از هیچ جانی تازه و شگفت انگیز آفریده ام» پدر اصرار می کند که مقاله مورد نظر به عنوان ضمیمه ای برای نیمه فلسفی حجیم دو جلدی خود او درباره ریاضیات مقدماتی چاپ شود. بسط و تنظیم اندیشه ها کندتر از آنچه ای ون انتظار داشت پیش رفت، ولی سر انجام در سال ۱۸۲۹، وی دستنویس پایانی یافته را به پدر تسلیم کرد و سه سال بعد، در ۱۸۳۲ ، رساله به صورت يك ضمیمه بیست و شش صفحه ای در انتهای جلد اول اثر پدرش ظاهر می شود...

در سال ۱۸۵۴، ریمان نشان داد که اگر امتناهی بودن خط مستقیم کنار گذاشته شود و صرفاً بی کرانگی آن مورد پذیرش واقع شود آنگاه با چند جرح و تعدیل جزئی اصول موضوعه دیگر هندسه سازگار ان اقلیدسی دیگر را می توان از فرض زاویه حاده به دست آورد. کلاین در سال ۱۸۷۱ به این سه هندسه یعنی هندسه بوویوئی و لبا چفسکی، هندسه اقلیدس، و هندسه ریمان نامهای هندسه هذلولوی هندسه سهموی و هندسه بیضوی داد.

البته نتیجه مستقیم کشف این اولین هندسه نا اقلیدسی به سرانجام رسیدن مسئله دیرینهٔ اصل موضوع توازی بود - نشان داده شد که اصل موضوع توازی مستقل از اصول موضوعه دیگر هندسه اقلیدسی است. اما پیامدی دور رستر از این آزاد شدن هندسه از قالب سنتی آن بود. این عقیده ریشه دار قرنهای متمادی که تنها يك هندسه ممکن می تواند موجود باشد خدشه دار شد و راه برای ایجاد چندین دستگاه مختلف هندسه گشوده شد. با امکان خلق چنین هندسه های کاملاً مصنوعی آشکار شد که هندسه لزوماً به فضای مادی واقعی گره نخورده است. اصول موضوعه هندسه برای ریاضیدان صرفاً فرض هایی شدند که درستی یا نادرستی فیزیکی آن ها برای او مطرح نیست. ریاضیدان می تواند اصول موضوعه خود را برای ارضای خاطر خود اختیار کند به شرطی که سازگاری آن ها با یکدیگر محفوظ بماند.(آشنایی با تاریخ ریاضیات، ج ۲، ص ۱۸۴-۱۹۰)

[15] جلسه اول آشنایی با تاریخ ریاضیات: معضلات و بحران ها

[16] گئورگ کانتور یک لوتری مومن بود که اعتقادات صریح مسیحیان فلسفه علم او را شکل داد.گفته میشود کانتور بر این باور بوده که نظریه اعداد ترامتناهی از سوی خدا بوی الهام شده بوده‌است.(سایت ویکی پدیا) کانتور در سال 1905 پس از پشت سر گذاشتن دوران بیمارایش در بیمارستان و بازگشتش به خانه، یک اثر مذهبی نوشت.(سایت آی هوش)

[17] پاتریک گریم،فیلسوف آمریکایی دارای نوشته هایی در زمینه فلسفه دین،فلسفه علم،فلسفه منطق(سایت ویکی پدیا)

[18] در ابتدای مقاله با خدایی گام به گام می‌خوانیم: افراطي ترين بي خدايان ، بي خدايان مثبت گرا هستند كه مدعي هستند دليل دارند بر نبود خدا و قانع نمي شوند كه بگويند ما نمي دانيم خدا هست يا خير؟ بلكه مي گويند حتما مي دانيم كه خدا نيست ، و ادعاي علم و قطع كه امر ساده اي نيست دارند ، و توجه كنيد به تفاوت اين سه: علم به وجود ، علم به عدم ، عدم علم به وجود يا عدم.

[19] در نظریه مجموعه‌های مقدماتی، قضیه کانتور نتیجه بنیادینی است که بیان می دارد: برای هر مجموعه A ، مجموعه تمام زیر مجموعه های A (به آن مجموعه توانی A گفته می شود و با P (A) } نمایش داده می شود) به طور اکید کاردینالی بزرگتر از خود A دارد. برای مجموعه های متناهی می توان با شمردن تعداد زیر مجموعه ها، درستی قضیه کانتور را مشاهده کرد. با در نظر گرفتن تهی به عنوان یک زیر مجموعه، کل زیرمجموعه های یک مجموعه n عضوی برابر خواهد بود، بنابر این اگر

$card(A) = n$ ،

آنگاه

$card(P(A)) = 2^n$

و قضیه برقرار است چون برای تمام اعداد صحیح نامنفی داریم $2^n > n$

کشف مهم کانتور این بود که گزاره اخیر برای هر مجموعه ای درست است، یعنی علاوه بر مجموعه های متناهی برای مجموعه های نامتناهی، چه شمارا ای ناشمارا نیز درست است. به طور خاص، یکی از پیامدهای مهم قضیه کانتور این است که اعداد طبیعی که یک مجموعه شمارا با کاردینال

$card(N) = \aleph_0$

است، برابر یک مجموعه ناشمارا می باشد که کاردینال آن با اعداد حقیقی برابر بوده و این کاردینال از کاردینال اعداد طبیعی بزرگتر است و به آن کاردینال پیوستار گویند:

$card(R) = card(P(N))$.

رابطه بین این کاردینال ها را به این صورت نمایش می دهند:

$c = 2^{\aleph_0} > \aleph_0$

این قضیه به افتخار ریاضیدان آلمانی گئورگ کانتور نامگذاری کردند، او اولین کسی بود که این قضیه را در انتهای قرن نوزدهم میلادی بیان و اثبات کرد. قضیه کانتور پیامدهای فوری و مهمی در فلسفه ریاضیات داشت. به عنوان مثال، با تکرار عمل ساخت مجموعه توانی از یک مجموعه نامتناهی و اعمال قضیه کانتور، به سلسله مراتب نامتناهی از کاردینال‌های نامتناهی می رسیم که هر کدام از قبلی به طور اکید بزرگتر است. در نهایت، این قضیه دلالت بر این دارد که هیچ کاردینالی که از همه کاردینال‌ها بزرگتر باشد وجود ندارد (به زبان دیگر "بزرگترین بی نهایت وجود ندارد").(ساعت ویکی پدیا) همچنین ملاحظه کنید: Cantor's theorem

[20] اینکه راسل چه موقع این پارادوکس را کشف کرد دقیقاً مشخص نیست، ولی به‌نظر می‌رسد که در ماه مه یا ژوئن سال ۱۹۰۱ و احتمالاً به عنوان نتیجه‌ای از کارش بروی قضیه کانتور (عدد

اصلی هر مجموعه از عدد اصلی مجموعه توانی آن کمتر است) به این پارادوکس پی بردهاست.

او ابتدا پارادکس را در سال ۱۹۰۱ به صورت مقالهای در ماهنامهٔ اینترنشنال با عنوان «جدیدترین کار در فلسفه ریاضیات» مطرح کرد.

او همچنین برهان کانتور را در مورد اینکه بزرگترین عدد اصلی وجود ندارد مطرح ساخت و اضافه کرد که «استاد» در مورد یک مغالطه زیرکانه مقصر است که او بعداً در این باره توضیح میدهد.

راسل همچنین پارادوکس را در کتاب خود با عنوان اصول ریاضیات (Principles of Mathematics)-که نبایدی با کتاب قبلی او Principia Mathematica اشتباه شود- ذکر کرد که آن را «تناقض» نامید. دوباره او بیان کرد که این پارادکس را با تجزیه و تحلیل برهان کانتور برای اثبات عدم وجود بزرگترین عدد اصلی بهدست آوردهاست.

راسل در سال ۱۹۰۲ این پارادکس را با فرگه که در حال نوشتن جلد دوم کتاب خود با عنوان Grundgesetze der Arithmetik بود در میان گذاشت.

فرگه با عجله در ضمیمهای، یک راه حل برای رفع این پارادکس نوشت که بعدها ناکافی بودن آن به اثبات رسید. به هر حال، بعد از چاپ جلد دوم کتاب، فرگه بعد از انتشار دومین بخش کتاب خود، کمی در مورد منطق ریاضی و فلسفه ریاضیات نوشت.

ارنست تسرملو در هنگام کار روی نظریه اصل موضوعی مجموعهها که در سال ۱۹۰۸ آن را منتشر ساخت، به این پارادکس پیبرد ولی گمان کرد نکتهٔ کوچکی است و اذا هیچگاه آن را منتشر نساخت. تسرملو در دستگاه اصل موضوعی خود، از این پارادکس با بهرهگیری از اصل موضوعی با عنوان اصل موضوع تصریح جلوگیری کرد.

راسل و آلفرد نورث وایتهد سه جلد از کتاب اصول ریاضیات را به امید پیروزی در حالی که فرگه شکست خوردهبود نوشتند و در آن سعی کردند با استفاده از نظریهٔ انواع، از چنین پارادکسهایی در نظریه طبیعی مجموعهها اجتناب کنند.

هنگامی که آنها موفق به پایهریزی حساب شدند، به نظر نمیرسید که فقط از منطق استفاده کرده باشند. به هر حال کورت گودل، در بین سالهای ۱۹۳۰ تا ۱۹۳۱ ثابت کرد که منطق بسیاری از بخشهای Principia Mathematica که اکنون به عنوان منطق مقدماتی خوانده میشود کامل است ولی حساب پئانو در صورتی که سازگار باشد لزوماً ناکامل است؛ بنابراین از این به بعد برنامههای منطقی فرگه و Principia Mathematica مردند.(سایت ویکی پدیا)

پارادوکس های نظریه مجموعه ها؛ استفاده ابزاری آتئیست ها

خدای حفره ها

کسانی که خدا را قبول ندارند زیاد میگویند خدای متدیّنین، خدای حفرههاست[1]؛ در حالی که این غلط محض است و اساس تعلیمات انبیای عظام بر واضحات است نه بر مجهولات؛ یعنی بر اساس آنچه میدانی خدا را بشناس. «**ان الله هو الرزاق ذوالقوه المتین**[2]». آیا ما در خانه نمیفهمیم پدرمان زحمت کشیده و نان آورده و میگوییم خدا رزاق است؟!! این تهمت محض است. به هر حال خودشان که این تهمت را به خداپرستان میزنند، آمدهاند از این حفره علمی که در قرن بیستم پیش آمده دلیلی بر رد خدا بیاورند! یعنی چون نظریه مجموعهها با مشکل مواجه شده، پس خدا نیست! خود مؤسس این نظریه مسیحی بوده اما مسیحیای که در خداپرستیاش محکم بوده است [3]. بعد شما از مشکلی که او در نظریهاش با آن مواجه شده میخواهید بگویید خدا نیست؟!

> این استدلال یک جوابهای دم دستی دارد که کارآیی آن هابیشتر در مقام مجادله است ، مثل اینکه گفته شود خدا علیم است یعنی بینهایت موجودات را میداند و دلیل شما ثابت کرد که مجموعه تمام حقائق موجود نیست پس چه تناقضی پیش میآید؟! شما که با این دلیل ثابت نکردی موجودات موجود نیستند فقط ثابت کردی بزرگترین مجموعه موجود نیست و لذا ما کلمه تمام را بر میداریم و میگوییم داوند بینهایت موجودات را میداند ، مثل اینکه میگویید بزرگترین عدد طبیعی موجود نیست ولی بینهایت عدد طبیعی حقیقت دارد.

اشکال آتئیست ها: فتح باب معارف الهی

اما آن چه عرض من است این است که این سوء استفاده از این حفره و خلأ علمی، میتواند یک فتح باب عظیمی در مباحث کلاسیک بشود برای معارف الهی؛ لذا عرض کردم که اگر جواب خوبی بخواهد جلو رود یکی از مبادی آن این است که برای ما واضح شود که وعاء نفسالامر، اوسع از وجود است.وقتی شما این سوء استفادهها را میبینید، میبینید که آن بحث به بهترین وجهی خود را

نشان می‌دهد در حلّ این شبهات.

پس ولو خود این شبهه پوچ و استفاده از یک حفره است، اما برای حل کردن آن مطلب و واضح شدن آن، این خیلی مهم است. وگرنه اگر در همین مقاله دیده باشید ابتدایش یک جواب‌های جدلی که کامل ذهن را قانع می‌کند داده‌ام؛ اما اگر بخواهد یک پاسخ حلّای که مطلب را کاملا برای مخاطب بیطرف واضح کند ارائه شود، آن بحث ها لازم است. یعنی ذهن کاملا قانع شود که آن عدد اول بعدی را حتماً خدا می‌داند. حال این عدد موجود است یا معدوم؟ آیا اعداد بی‌نهایت، معروض موجود دارد؟ یا اصلاً نیاز ندارد به این، بلکه این ها حقایق نفس‌الامری است که موطنش موطن علم است و همه در فهم آن اتفاق دارند. این جواب حلی آن ها می‌شود. یعنی جواب حلّای که انسان را کاملا قانع و راضی می‌کند در گروی فهم این است که بفهمیم نفس‌الامر اوسع از وجود است[4].

خلاصه اینکه شبهه بسیار مبتذل است، اما فضایی را فراهم می‌کند برای آشنا شدن با حقایق نامتناهی. بی‌نیدی نویسنده در همین جملات فوق توجه داده که مثلا عدد 2 انواع روابط با اعداد دیگر دارد و همه این رابطه‌ها نفس‌الامریت دارد. یعنی لایتناهی رابطه ریاضی وجود دارد که این ها فرض ذهن ما نیست، بلکه این ها را کشف و درک می‌کنیم. این گام خوبی است برای بحث های ما. قبلا اشاره شد که کتابی که شیخ عباس عارفی نوشته است[5]، گام خیلی خوبی برداشته که نشان داده نفس‌الامر فضای سالبه فراتر از عالم وجود است[6]. این گام اولیه خوبی است، اما قبلاً اشاره کردیم که این اوسعیت نفس‌الامر فقط وادی هیچستان نیست، بلکه عرصه‌های دیگری هم هست که نه وجود است و نه هیچستان، اما واقعیت دارد مانند موطن اتصاف ماهیت به امکان، موطن صدق معانی حرفیه و نسب[7] و ...

پس اشکال این ها این زمینه را مهیا می‌کند که بفهمیم بستر نفس‌الامر، زمینه‌های دارد که مسبوق به مبدأ مطلقی است که حتی سابق است بر اصل تناقض؛ یعنی هرچیزی که بخواهید بگویید راست است، بستر راست بودن مسبوق بر این است. مبدأ مطلقی که ما می‌گوییم همین که بخواهیم انکارش کنیم اثباتش می‌کنیم. لذا چیزی که خیلی مهم است این است که **«یصیب الفکر منه بانه موجود و وجود الایمان الا وجود صفة[8]»**.[9] یعنی اساساً وقتی درباره خدا می‌گوییم «هست» به معنای واقعیت داشتن است، نه به معنای متمثّل شدن و ظهور ذی المشاعر[10]. یعنی می‌شود یک جور «وجود» را بگوییم که به آن معنا خدا موجود نیست: **«لم تکن متمثّلا فتکون موجودا[11]»**. یعنی اگر وجود ظهور در مشاعر باشد خدا، نیست؛ اما به معنای اصل واقعیت داشتن، خدا موجود است.

---

[1] خدای رخنه‌پوش، خدای حفره‌ها یا خدای شکاف‌ها (به انگلیسی: God of the gaps) که از آن به صورت پرستش شکاف‌ها (به انگلیسی: Worshiping the gaps) نیز یاد شده‌است، به مجموعه‌ای از چند دیدگاه درباره خدا گفته می‌شود؛ که به‌طور کلی درصدد اثبات است. عبارت خدای حفره‌ها دلالت به این ایده دارد که خدا برای پر کردن خلأ علمی بشر ساخته شده‌است.

واژه خدای حفره‌ها نخستین بار در قرن نوزدهم میلادی، توسط مبلغ مسیحی به نام هنری درومند در مجموعه سخنرانی‌هایش (که به صورت کتابی به نام ظهور انسان منتشر گردید) بکار گرفته شد. او به سرزنش آن دسته از مسیحیانی که همواره اشاره به آنچه که علم هنوز پاسخی در خور

برایش نیافته بود -حفره‌هایی که با خدا پر می‌شدند- داشتند، پرداخت و آن‌ها را دعوت به پذیرش این واقعیت نمود که همه طبیعت را متعلق به خدا و نتیجه آفرینش او در نظر گیرند.

[2] الذاریات:58

[3] گئورگ فردینان دلودویگ فیلیپ کانتور در 3 مارس 1845 در سن پترزبورگ متولد شد. مادرش ، یکی کاتولیک رومی ، از خانواده ای از نوازندگان برجسته بود. پدرش، پسر یکی تاجر یهودی، نیز یکی تاجر موفق بود، اما یکی لوتری معتقد بود که در یکی مأموریت لوتری در سن پترزبورگ بزرگ شده بود. باید اضافه کرد که پدر کانتور اعتقادات عمیق مذهبی خود را به پسرش منتقل کرد.

...نامه ها (و شهادت همکارانی که او را می شناختند) نشان می دهد که کانتور معتقد بود که توسط خدا انتخاب شده است تا حقایق نظریه مجموعه ها را به مخاطبان بیشتری برساند.

او حتی در مقطعی در مورد موضوع نامتناهی به پاپ لئو سیزدهم نامه نوشت.

... برخی اسناد نشان می دهد که علاوه بر اعمال فواصل دوره ای تفکر و کناره گیری از امور روزمره، دوره های افسردگی کانتور کامل بی ثمر نبوده است، و در واقع او اغلب می توانست ایده های ریاضی خود را در خلوت بیمارستان یا بی سر و صدا در خانه دنبال کند. در واقع، این بیماری ممکن است از اعتقاد او مبنی بر اینکه اعداد متناهی از جانب خدا به او منتقل شده است، حمایت کرده باشد. در واقع، همانطور که او در شعار سوم آخرین انتشار خود، Beitrage در سال 1895 اشاره کرد: زمانی فرا خواهد رسید که این چیزهایی که اکنون از شما پنهان مانده اند، به نور آورده شوند.

این یک متن آشنا از کتاب مقدس است، و منعکس کننده اعتقاد کانتور به این است که او یک واسطه بود که به عنوان وسیله مکاشفه عمل می کرد. همچنین ممکن است منعکس کننده ایمان کانتور باشد که علیرغم هر گونه مقاومت غالب در برابر کارش، روزی از شناخت و ستایش ریاضیدانان در همه جا برخوردار خواهد شد

...پس از یک دوره طولانی بستری شدن در بیمارستان در سال 1908 ، کانتور به یکی از دوستانش در گوتینگن ، ریاضیدان انگلیسی گریس چیشولم اینگ نامه نوشت. همانطور که او توصیف کرد، افسردگی شدیدی او کیفیت خلاقانه ای به خود گرفت:

سرنوشت عجیبی که خدا را شکر به هیچ وجه مرا نشکسته است، اما در واقع مرا از نظر درونی قوی تر، شادتر و شادتر از چند سال گذشته ساخته است، مرا از خانه دور نگه داشته است - همچنین می توانم بگویم که از دنیا دور هستم... در انزوای طولانی من، نه ریاضیات و نه به ویژه نظریه اعداد فرامتناهی در من خوابیده ای آیش نکرده اند. اولین نشریه در سال های اخیر که باید در این زمینه انجام دهم برای "مجموعه مقالات انجمن ریاضی لندن" تعیین شده است.

در جای دیگر، کانتور در واقع اعتقاد خود را در مورد حقیقت نظریه خود به صراحت با اصطلاحات شبه مذهبی توصیف کرد: نظریه من مانند یک سنگ محکم ایستاده است. هر تیری که به سمت آن هدایت شود، به سرعت به کماندار خود باز می گردد. از کجا این را بدانم؟ زیرا من سال ها آن را از همه طرف مطالعه کرده ام. زیرا سال ها آن را از همه طرف بررسی کرده ام. زیرا من تمام اعتراضاتی را که تا به حال علیه اعداد بی نهایت مطرح شده است، بررسی کرده ام، و مهمتر از همه به این دلیل که ریشه های آن را تا به اصطلاح اولین علت معصوم همه مخلوقات دنبال کرده‌ام.

نسل های بعدی ممکن است این فلسفه را در کنند، با تردید به ارجاعات فراوان او به سنت توماس ای پدران کلیسا نگاه کنند، اعلامیه های متافیزیکی را نادیده بگیرند و ریشه های عمیق مذهبی ایمان بعدی کانتور را به حقیقت مطلق نظریه اش به طور کامل از دست بدهند. اما همه این تعهدات به عزم کانتور برای رها نکردن اعداد متناهی کمک کرد. به نظر می رسد مخالفت عزم او را تقویت کرده است. بردباری او، به اندازه هر چیز دیگری که ممکن بود کمک کند، تضمین کرد که نظریه مجموعه ها در سال های اولیه شک و نکوهش جان سالم به در می برد تا در نهایت به عنوان یکی نیروی نیرومند و انقلابی در ریاضیات قرن بیستم شکوفا شود(مقاله گئورگ کانتور و نبرد او برای نظریّه مجموعه‌های بی‌نهایت)

[4] در این زمینه به مقاله گردآوری«نفس الامر» مراجعه فرمایید.

[5] مطابقت صور ذهنی با خارج: پژوهشی درباره رئالیسم معرفت شناختی و ارزش شناخت؛ عباس عارفی. پژوهشگاه فرهنگ و اندیشه اسلامی. سال 1388

[6] ایشان پس از بیان مطالبی در تبیین محکی و مصداق چنین می نویسد:«محکیّ ِصورت ذهنی فیل همان مصداق ِال بشرط از وجود و عدم است و مصداق مفهوم فیل،همان واقع موجود فیل است که در جنگل ای در باغ وحش و... زندگی می کند.

مفهوم«عدم» نیز به دلیل این که صورت ذهنی است، خاصّ و شأن ِحکایی دارد،پس محکی هم خواهد داشت.محکیّ ِمفهوم عدم،همان چیزی است که این مفهوم از آن حکایت می کند.در واقع محکیّ ِمفهوم عدم،همان واقع و مصداق ِال‌بشرط از وجود و عدم یعنی ال‌بشرط از تحقق متناسب با خودش است.فهم محکی عدم چندان دشوار نیست،ولی تشخیص حیثیت مصداقی عدم، مقتضی ِتشحیذ ذهن و کشاندن تحلیلات آن،درعوالم عدمیه و **ایالات متحده هیچستان** است-تعبیری «ایالات» درباره مصادیق اعدام، مستند بدین وجه است که عدم ای مطلق است ای مضاف و عدم مضاف نیز به تبع ِتعدد ِمضاف الیه، تعدد می پذیرد-مصداق عدم چیست؟پاسخ این است که مصداق عدم همان واقع متحقق عدم در عالم ِال تحقق است.

اما این چگونه تواند بود که مفهومی که مصداق آن،حیثیتی جز حیثیت عدم تحقق ندارد،آن مصداق در عالمی که «عالم ِال تحقق» نام دارد،تحقق داشته باشد؟!«ام سمعنا بهذا فی آبائنا الاولین»! جواب این است که هر چیزی تحقق متناسب با خود دارد.«تحقق کل شیئ بحسبه» و «عدم» نیز در عالم مصداق خود تحقق دارد،ولی تحقق متناسب و مساوق با خودش.

نکته ای که تشخیص آن تیزی ذهن را می طلبد این است که عدم نیز تحقق دارد،زیرا عدم علاوه بر «محکی»،«مصداق» هم دارد،ولی تحقق عدم به معنای تحقق وجودی نیست.تحقق مصداق وجود به معنای تحقق وجودی است و تحقق مصداق عدم به معنای تحقق عدمی است.(مطابقت صور ذهنی با خارج،ص۱۶۸-۱۶۹)

[7] آن عرصه‌های که تاکنون استقرا کرده‌ایم و اغلب آنها قبلا به تفصیل (در تفسیر سوره ق) بحث شده است فقط اشاره می‌شود، یعنی عرصه‌هایی که برای روشن شدن اوسعیت وجود از واقعیت می‌توان مطرح کرد

۱.امر به طبیعت تعلق می‌گیرد یا به فرد.

۲. وضع و استعمال در لفظ و معنی که هر دو مربوط به طبیعی لفظ و طبیعی معنا است.

۳.تمام استلزامات (مطابَقشان).

4. اعداد کل به خصوص اعداد اول.

۵. هرجا فرمول قابل استدلال ریاضی یا هندسی باشد.

۶.حسن وقبح افعال قبل از عمل.

۷.اتصاف ماهیت به امکان قبل از وجود.این دو از مرحوم صدر

8.استحاله تناقض به عنوان امر نشدنی، نه نیافتنی [مطابَق آن، صرف «نیافتن» نیست بلکه «ضرورت ِنیافتن» است]. «تناقض محال است» صادق است، پس این [گزاره] مطابَقی دارد، مطابَقش چیست؟ این مطابَق هر چه باشد، موجود است یا معدوم؟ اگر موجود است، ممکن الوجود است یا واجب الوجود؟

۹.رابطه دو وجود، یعنی وقتی دو موجود جوهری، نسبت مقولی با همدیگر دارند و قاعده اتحاد طرفین نسبت در آن ها جاری نمی‌شود.

10.نسب و معانی حرفی مطلقا

11.حرکت و سیلان (صیرورت)، یعنی تشابک وجود و عدم به تعبیر صاحب اسفار.

12.موطن معقولات ثانی فلسفی، یعنی تحیث یک وجود واحد به حیثیات متعدده.

13.تمام سیستم‌های صوری که رابطه بین عناصر پایه و اصول موضوعه را با قضایای مترتبه اثبات می‌کنیم. (رابطه در نگاه وسیع)

14.وعاء فرض اجتماع نقیضین، که به معنای وجود هر دو نیست، چون یکی از آن دو عدم است.(مقاله اعتباریات،جلسه دوم)همچنین: حوزه‌های مختلف نفس الامر

[8] عن أبي‌عبدالله الحسين عليه السلام: يصيب الفكر منه الإيمان به موجودا و وجود الإيمان لا وجود صفة، به توصف الصفات لا بها يوصف، و به تعرف المعارف لا بها يعرف، فذلك الله لا سمي له، سبحانه ليس كمثله شيء و هو السميع البصير(تحف العقول،ص ۲۴۵؛بحار الانوار،ج ۴،ص ۳۰۱)

[9] در این زمینه به مقاله «وجود خداوند؛ وجود اشیای نه وجود وصفی» مراجعه فرمایید.

[10] مقصود از مشاعر، حوزه تاثیر و تاثر ابدان هر فرد است. غوینی هم نوعا مشاعر را به معنای حواس گرفتند و المَشاعِرُ: الحواس.(الصحاح، ج2، ص: 699) وهو ذَكِيّ المشاعر و هي الحواس(أساس البلاغة ؛ ص331)المَشاعِر- [شعر]: حواس. فرهنگ ابجدی ؛ متن ؛ ص823)

[11] أنت الذي لا تحد فتكون محدودا، و لم تمثل فتكون موجودا، و لم تلد فتكون مولودا(الصحيفة السجادية، ص: 21)

تبیین اوسعیت نفس الامر از وجود

[این که تناقض ممکن است در مطالب نفس الأمری، خیلی چیزهای جالبی است، فقط باید آدم اُنس بگیرد. اتفاقاً بسط این مسائل قبلش در ذهنم بود. در یک جایی که مطالب آتئیسم بود- به زبان فارسی هم بود، بعداً هم برداشتند - یک استدلالاتی آورده بودند[1] ، مثلاً یکی از استدلالاتشان این بود که از راه تناقض در مجموعه های کانتور و بعدش راسل، پارادوکس مجموعه ها پیش آمده بود: مجموعه همه مجموعه ها چون تحقق ندارد پس خدا هم وجود ندارد! یک استدلالی دارند که مطرح هست، هر کسی به این، جواب های جور واجور می دهد، آن فضا بود که من دیدم که عجب! اینهایی که من قبلاً در عالَم طلبگی فکرش را داشتم چقدر اینجا به درد می خورد لذا به تفصیل متناسب با آنجا ولو هنوز بقیه اش مانده توضیحاتی عرض کردم. اساساً این پارادوکس ها و این مبانی اگر جلو برود به هیچ چیزی صدمه نمی زند، به مسائل مبدأ شناسی و مبدئیت مطلقه خدای متعال ربط پیدا نمی کند.

ارتباط بین حقایق نفس الامریه

ما حقایق نفس الأمریه را قبل از اُنس به آن ها تک تک می بینیم، به عبارت دیگر شما می گویید: اگر نظام اَعداد طبیعی هم نبود، تناقض محال بود ولو ما اصلاً عدد طبیعی هم نداشتیم. این مانعی ندارد، فوری هم می گوییم: چه ربطی دارد؟ اما٘ بعد از اینکه مأنوس می شویم می بینیم که اگر به خودش نگاه بکنیم می گوییم: چه ربطی به هم دارد؟ اما٘ در دید وسیع، اینها به هم مربوط است، تمام سیستم های صوری و حتی قضیه اَعداد طبیعی در آن نظام به استحاله تناقض هم مربوط است و استحاله تناقض هم به آنها مربوط است، اگر اُولَی الالوّلیاّت می گوییم در وضوح درکش است، نه در ارتباط حقانیت بودن و نفس الامریت دار بودنش. این عرض من است.

خداوند؛ فرارابطه

از اینجا فرمایشی را امام علیه السلام در توحید صدوق دارند در بحث و مناظره مفصّلی که با عِمران صابی دارند، خیلی جالب است، حضرت می فرمایند: تنها و تنها خدای متعال هست که فرد است و با چیز دیگر نظام تشکیل نمی‌دهد و بند ـبه چیز دیگری نیست، «**یُمسِک بعضُه بعض**[2]»، از خدا در بروید- این تعابیری همه مسامحه ای است که برای نزدیک شدن به مقصود است- ممکن نیست یک حق را پیدا بکنید که در حقانیت ـخودش محتاج به غیر خودش نباشد، بند است، نظام تشکیل داده است، شبکه هست، مثل جدول ـضرب است که هر cell به cell دیگر مربوط است، جدول ضرب سه بعدی باشد پیچیده تر و جدول ضرب n بعدی باشد پیچیده تر است[3].

حقایق نفس الامریه؛ مسبوق به خداوند

زبان‌های صوری منطق

زبان های صوری را در منطق دیدی[4]، این زبان های صوری را وقتی کسی وارد می شود می بینند که ابتدا استاد شروع بکند یک ساعت در این فضا صحبت بکند، اصلاً مستقیماً ذهن خود این

متعلّم، آشنا شوندهی با یک زبان، نمی رود سراغ فرا زبان[5]. می گوید: اینها را ریختیم و تمام شد و یک دستگاه برای خودش به پا شد. امّا بعد از اینکه اُنس گرفت و دستگاه را خوب براندازد کرد، می گوید: ممکن نیست این دستگاه به پا بشود مگر به یک فرازبان.

فرازبان؛ سابق بر زبان‌های صوری

یعنی ما تا یک فرازبان نداشته باشیم، زبان نداریم، سیستم صوری نداریم. حتماً باید فرازبان داشته باشیم، امّا اوّلش می گفت: یک سیستم مِحض است چه کار به فرازبان داریم؟ بعدش می بینند که این سیستم مسبوق است یعنی حتماً باید یک چیزهایی باشد که پایه کار باشد تا بتواند یک سیستم صوری به پا بشود. سیستم صوری پیزوری ترین مباحثی است که دم دست همه هست که حتی در کتاب های رایج می گویند: صرف فرضِ ذهن است. مکرّر در مباحثه مان عرض کردم که فرض نیست، درِ باغ است، هر سیستم، هر اصل موضوع، هر نظامی که بین اصل

موضوع با قضایای متفرع بر او بار می شود، نظام اصل axiomatic و نظام اصل موضوع[6] که به پا می شود تمام این اصول پشتوانه فرا زبان دارند، فرا نظام دارند، ممکن نیست این بدون آنها به پا بشود امّا ابتدا آدم کجا به آن توجه می‌کند؟! بعد از اینکه اُنس گرفت می گوید: بله، تا آنها نباشند نمی شود.

منظور ما از سبقت این است، یعنی نمی شود از حقانیت استحاله تناقض بحث کرد مگر این که بعد از این که انس گرفتیم می بینیم که در یک بستر و در یک نظام این حقانیتِ خودش را دارد، یک عنصر مستقل اتمی نیست -این اتمی را نمی دانم راسل در آورده ای دیگران، می گوید: صدق اتمی، در منطق دیدی که اینها را می گویندقضایای اتمی، اصطلاحات جور واجور است که یکی مالِ راسل است و دیگری مالِ ویتگنشتاین است، اینها را به کار می برند و بعضی نکات خوبی در

فضای فکری دارد[7]-عرض من این است که بعد از این که خوب آگاه شدیم، می بینیم استحاله تناقض، یک اَتم نیست بلکه یک cell است از یک جدول.

تبیین مسبوقیت حقایق به خداوند متعال

پس عرض من از سبقت این است، نه اینکه یعنی ما یک چیز مقدّس آبانه را همان طوری که اشاعره می گویند درآوریم و بگوییم: چطور خدا را قبول داری؟ اگر خدا را قبول داری مِشمِشه را او مِشمِشه کرده، این چه حرفی است؟ ای تناقض را همه او قرار داده، اصلاً این ها منظور ما نیست، این مقدس آبی در منطق و معقولات است. عرض من این است که تمام منطق ها حتی، یک نظام های منطقی که خودشان منطق های جور واجورند، منطق ارسطویی، منطق ریاضی، آن اندازه ای که صرفاً تفاوت های صوری است که هیچ، آنجا که واقعاً به حوزه های مختلفِ شناخت مربوط است و حوزه های اختصاصی خودشان، همه مسبوق به خدای متعال است، اصلاً نمی شود امّا باید بدانیم که وقتی می گوییم: خدای متعال، آن مبدأ مطلقی که حقانیت همه به او هست، امّا حقانیت من به این نحو که الآن از اینجا قرض گرفته بودیم که اگر خدا نکرده بود پس تناقض ممکن بود. این خنده دار می شود که تناقض ممکن بود.

قاعده تناقض؛ مسبوق به خداوند

حالا ببینید شما می گویید: **اگر** تناقض محال نبود، **اگر** خدا او را چنین نکرده بود پس ممکن بود. تمام این اگرهایی که می گویید دارید چه کار می کنید؟ می گویید: اگر خدا تناقض را محال

نکرده بود پس تناقض می تواند ممکن باشد. خود این «**اگر**» که برقرار می کنید ای قضیه صادقه است ای کاذبه، اگر دارید راست می گویید و ملازمه ای که می گویید درست است، این باز مسبوق است؛ یعنی تا دهان باز می کنید دنبال چه چیزی هستید؟ دنبال یک رابطه اید، دنبال یک چیزی هستید که می خواهید بگویید: درست است، حق است، صدق است. مطلب فرا زبانی اش در اینجا چیست؟ تا می گویید: اگر P آنگاه q، فرازبان این «اگر» چیست؟ چرا به خودتان اجازه می دهید بگویید: اگر این جوری، آنگاه آن جوری؟ چون پذیرفتید که ما یک ارزش مَنَاطِ صدق داریم، اصلاً صدق و کذبی مطرح است، ما صحیح و غلطی داریم لذا می گوییم: «اگر، آنگاه»، و إلاّ شما بگویید: ما اصلاً صدق و کذبی ندارید. اگر نپذیرید می توانید بگویید: «اگر، آنگاه»؟ ببینید قبلاً توجه ندارید (بعد که می گویید می گویید: بله درست است.)، تا من می گویم: اگر خدا او را محال نکرده بود، با این «اگر» می خواهم ملازمه برقرار بکنم. برقراری ملازمه یعنی می دانم که یک دستگاه صدقی هست، مالک صدقی هست، فضای صدق و کذب و مطابقت هست، من هم می خواهم یک ملازمه صادقه برقرار بکنم، ملازمه حق، صدق، راست بگویم. پس ببینید یک بستری بود بستر مالک صدق، ارزش صدق، در آن بستر من دارم ملازمه برقرار می کنم ولی وقتی که برقرار می کردم توجه به آن بستر نداشتم.خود همین مالک صدق باز یکی از چیزهاست

و لذا عرض من این است که ما یک حق هایی داریم که مقابل ندارند، فضای صدق و کذب، حق و باطل، فرا زبانش آن که بستری است که اینها در آن مطرح هست خیلی جالب است؛ به شرطی که آدم ذهن را ببرد. خود بستر آنها یک حق و صدقی است که مقابل ندارد؛ یعنی حق و باطل مقابلی، صدق و کذب مقابلی همه اینها، بسترش یک بستر حقانیتی است که مقابل ندارد. مثلاً بطلان، یعنی باطل بودن، امر باطل، بطلان امر باطل در چه بستری است؟ می گویید: هیچی، لفظی است. بطلان امر باطل را شما می پذیرید؟! می گویید: بطلان او حق است، عجب! بطلان حق است!؟ می گویید: بله بله، بطلان حق است. وقتی درک کردید سریعاً تصدیق می کنید یعنی یک بستری را می بینید که آنجا بطلان هست و باطل هم حق می شود و هیچ ابایی هم ندارید، امّا اگر کسی مقصود شما را نگرفته باشد مسخره می کند[8].]

---

[1] اشاره به مقاله بی خدایی گام به گام و پاسخ آنکه با عنوان «با خدایی گام به گام» انتشار یافت و بخشی از آن در فصل سابق مطرح شد.

[2] و اعلم أن الواحد الذي هو قائم بغير تقدير و ال تحديد خلق خلقا مقدرا بتحديد و تقدير و كان الذي خلق خلقين اثنين التقدير و المقدر فليس في كل واحد منهما لون و ال ذوق و ال وزن فجعل أحدهما يدرك بالآخر و جعلهما مدركين بأنفسهما و لم يخلق شيئا فردا قائما بنفسه دون غيره لذي أراد من الدلالة على نفسه و إثبات وجوده **و الله تبارك و تعالى** فرد واحد ال ثاني معه ال يمسكه و الخلق يمسك بعضه بعضا بإذن الله و مشيته(التوحيد للصدوق) ؛ ص438-۴۳۹)

[3] تفصیل این مطلب را در برهان فرارابطه و در مقاله گردآوری«سه برهان تنبیهی بر مبرهن البرهان» مشاهده کنید.

[4] زبان طبیعی و زبان صوری:

زبان طبیعی همان است که با آن سخن می‌گوییم و نیازهای اجتماعی خود را برطرف می‌سازیم. در مقابل، زبان صوری زبانی است که با توجه به نیازهای علمی گوناگون ساخته می‌شود.

یک زبان صوری مثل L دارای عناصر تشکیل دهنده زیر است:

فهرستی از نمادهای L(واژگان)

مجموعه‌های معین از «قواعد ساخت» برای ترکیب نمادهای L به‌منظور به‌دست‌آوردن «فرمول ها»

مجموعه‌های معین به نام «تعاریف» برای معرّفی نمادهای جدید بر مبنای نمادهای اولیه L (ممکن است مجموعه مزبور تهی باشد؛ یعنی L بدون تعریف باشد)(مبانی منطق جدید، ص ۸)

دیدیم که جمله های زبان طبیعی در ترجمه به زبان منطق جمله تبدیل به زنجیره هایی از نشانه ها ای نمادها (symbols) می‌شدند در این ترجمه آنچه از جمله ها به جا می ماند نوعی ساختار های صوری زبانی ساختهای منطقی بود از این رو این زبان را زبان نمادی شده (formalized language) یا زبان صوری (formal language) می‌نامند. در فصل پیش با این زبان صوری آشنا شدیم، اما درباره روش ساختن آن سخن نگفتیم زبانهای صوری زبانهایی هستند که بر اساس نیازهای گوناگون ساخته می شوند و به همین دلیل آنها را زبانهای ساختگی(artificial languages) نیز می گویند. برای ساختن این زبانها باید

(۱) مجموعه نشانه هایی را که جمله های زبان از آنها ساخته می شوند تعریف کرد؛

(۲) قاعده هایی را که برای پشت سر هم نهادن نشانه ها برای ساختن جمله های آن به کار می رود به دست داد.

جمله هایی را که بر اساس این قاعده ها ساخته شده باشند جمله های درست ساخت می نامیم.

در اینجا درست ساخت(well-formed) به معنای ساخته شده از نشانه ها بر اساس قاعده هاست.

مجموعه نشانه‌ها را واژگان (vocabulary) و قاعده‌ها را قاعده‌های ساخت(formation rules) می‌گوییم.(درآمدی به منطق جدید، ص ۶۷-۶۸)

[5] به کمک زبان می‌توانیم درباره آنچه بیرون از زبان است گفتوگو کنیم و هم درباره خود زبان. در کاربرد اول موضوع زبان شیء های بیرون از زبان است و در کاربرد دوم شیءهای زبانی. برای مثال در جمله

(الف) خورشید دمیده است؛

کلمه اول نامی است برای شیئی خارجی، اما اگر بخواهیم درباره این کلمه نه به عنوان برای شیئی خارجی بلکه به‌عنوان یکی از شیئ های زبانی، صحبت کنیم و برای مثال بگوییم این شیء زبانی از شش حرف ساخته شده است، دیگر نمی توانیم این کلمه را به همان شکلی که در (الف) به کار بردیم، به کار بریم و بنویسیم:

ب) خورشید از شش حرف ساخته شده است؛

زیرا آنچه مسلم است در این جمله هم کلمه اولی نامی است برای شیئی، اما چون این شی از شیء جمله (الف) متفاوت است ناچار برای اینکه در اشتباه نیفتیم، باید نام متفاوتی هم برای آن

انتخاب کنیم.

در جمله (ب) شیء زبانی مورد بحث يك نام بود اما شیئ های زبانی تنها نامها نیستند. برای یک زبانشناس تمام نشانه های یک زبان و ترکیبهای گوناگون این نشانه ها با هم، موضوع گفتگو هستند. برای مثال اگر بخواهیم ساختار نحوی و معنایی زبان ووانی را بررسی کنیم، تمام نشانه های این زبان از حرف تا جمله شیئ های زبانی ما خواهند بود.

در این بررسی فرض کنید با زبان فارسی درباره زبان ووانی گفتگو می کنیم. زبان فارسی در کار برد متداول خود ابزاری است برای گفتگو درباره جهان خارج، و موضوع آن شیئ ها و رویدادهای جهان خارجند اما وقتی با این زبان درباره زبان ووانی گفتگو کنیم موضوع آن زبان ووانی می شود.

از موشکافیهای منطقدانان جدید جدا کردن این دو گونه کار برد زبان از یکدیگر است. این جداسازی در موردی که موضوع بحث يك زبان خود آن زبان باشد و برای مثال بخواهیم با زبان فارسی درباره زبان فارسی گفتگو کنیم اهمیت فراوان می یابد. **در منطق، زبانی که موضوع بحث است زبان موضوعی و زبانی را که با آن درباره زبان موضوعی گفتگو می کنیم فرازبان می‌نامند**. به این ترتیب در مثال اول زبان ووانی، زبان موضوعی و زبان فارسی، فرا زبان و در مثال دوم زبان فارسی هم زبان موضوعی و هم فرا زبان است. و به بیان دقیقتر زبان موضوعی بخشی از فرا زبان است. در چنین موردهایی باید با افزودن نشانه ها و قراردادهایی زبان فارسی را چندان غنی کرد که بتوان با آن به روشنی و بدون گرفتار شدن در پارادکسهای منطقی درباره زبان موضوعی گفتگو کرد.

در این کتاب در جایی که نحو زبان منطق جمله ها را پایه گذاری می کردیم زبان منطق جمله ها زبان موضوعی و زبان فارسی فرا زبان ما بود و از این رو برای غنی کردن فرا زبان حرف های بزرگ الفبای لاتین را به آن افزودیم و آنها را به دلیل تعلق داشتن به فرا زبان متغیر نامیدیم. از این پس نیز در جاهای گوناگون نشانه های دیگری به این فرا زبان می افزاییم. اکنون مشکلی را که در جمله (ب) با آن روبه رو شدیم می توان چنین بیان کرد که در فرا زبان باید روشی برای ساختن نام از شیئ های زبانی پیدا کرد. انتخاب نام در بنیاد امری است قرار دادی و بنا بر این وابسته به انتخاب قرارداد کنندە، به عنوان مثال، برای نامیدن شیء زبانی مذکور در (ب) می توان این نامها را به کار برد:

(1) كلمه اول جمله (الف)؛

(۲) کلمه فارسی شش حرفی که نام خورشید است؛

(۳) کلمه ای که بترتیب از حرفهای نهم سی ام دوازدهم، شانزدهم، سی و دوم و دهم الفبای فارسی ساخته می شود؛

(۴) سمندیس

اما نام (۱) و (۲) مخصوص این مثالند و هیچ قاعده کلی برای ساختن نام به دست نمی دهند. نام دوم حتی ممکن است با هم داشته باشد یعنی کلمه شش حرفی دیگری هم در فارسی پیدا شود که نام خورشید باشد نام سوم قاعده ای کلی برای ساختن بسیاری از شیئ های زبانی به دست می دهد اما این نامها گذشته از طولانی بودن کمبودهایی هم دارند. هر زنجیره ای از نشانه های زبان شیئی زبانی است اما این زنجیره ها تنها با پشت سر هم نوشتن حرفهایشان مشخص نمی شوند. فاصله کلمه ها با هم، کسره های اضافه و بسیاری چیزهای دیگر هم باید در این نامگذاری گنجانده شوند. نامگذاری (۴) هم به دو برابر کردن نامها و پیچیده کردن زبان می انجامد.

قراردادی که می‌توان گفت قبول عام یافته این است که در ساختن نامی برای شیئی زبانی، آن شیء زبانی را درون گیومه ای علامت نقل قول بگذاریم و برای مثال جمله (ب) را چنین بنویسیم:

:«خورشید» (ای 'خورشید(' از شش حرف ساخته شده است؛

و نیز

«خورشید» نام خورشید است؛

خورشید را در فارسی «خورشید» می نامند. (درآمدی به منطق جدید، ص ۲۳۵-۲۳۷)

با این عنایت زبان موضوعی، زبانی است که با آن در مورد اشیا صحبت می‌کنیم. اما شاخصه این زبان آن است که انسان به خود آن متوجه نیست بلکه آن را ابزاری برای انتقال معانی می‌داند. حال وقتی در نگاهی درجه دو به خود زبان توجه کردیم زبان مورد توجه، می‌شود فرازبان.

در متن بالا نیز مقصود از فرازبان را باید اینگونه یافت: نظام پشتوانه زبان موجود. نظامی که در بادی امر برای انسان جلوه نمی‌کند، بلکه انسان آن را مسلق و اصل موضوعی برمی شمارد اما بعد از کمی تأمل و وقتی چشمانش به فضای بحث آشنا شد و عادت کرد، آن گاه معالم این نظام بالاتر آشکار می‌شود.

[6] پایه گذاری منطق به روش اصل موضوعی، قدیمی‌ترین روش است و سابقه آن در منطق سنتی به ارسطو و در منطق جدید به گوتلوب فرگه (۱۸۲۸-۱۹۲۵) می رسد. در این روش پس از ساختن یک زبان صوری برای منطق، چند زنجیره درست ساخت را به عنوان اصل موضوع(axiom) و يك يا چند قاعده را به عنوان قاعده ای قاعده های استنتاج معرفی می کنیم. مجموعه این زبان صوری، اصل‌ها و قاعده ها نظام صوری اصل موضوعی (formal axiomatic system) نامیده می شود.

در نظام‌های اصل موضوعی برخلاف نظام استنتاج طبیعی، قاعده ها بسیار كم (يك يا دوقاعده) و در نتیجه اثبات فرا قضیه های منطق در آن‌ها آسانتر است. از سوی دیگر اثبات قضیه ها و صورت برهان‌ها در این نظام‌ها دشوار و وقت گیر است.

نظام‌های اصل موضوعی انواع گوناگونی دارند.(درآمدی به منطق جدید، ص ۳۵۱)

در تبیین منطق جدید از سه روش می‌توان بهره گرفت:«روش اصل موضوعی»،«روش استنتاج طبیعی» و «روش نموداری».

۱. روش اصل موضوعی: این روش که در اصل به کارهای ارسطو در منطق سنتی و به کارهای اقلیدس در هندسه بر می‌گردد یک علم را بر پایه تعداد محدودی اصول موضوعه و قواعد استنتاج پی ریزی می‌کند. اولین سیستم اصل موضوعی منطق جدید در سال ۱۸۷۹ در کتاب مفهوم نگاری فرگه معرفی و ارائه شد و پس از آن با طراحی مجدد در آثار راسل و وایتهد هیلبرت، رسر، نیکود، لوکاسیه ویچ(L. Lukasiewicz)، هیتینگ و بعضی از منطقدانان دیگر ظاهر گردید. به کارگیری این شیوه اگر چه در مقام تأسیس یک سیستم منطقی و به طور کلی در بحث‌های نظری منطق ارزش فراوانی دارد، در مقام عمل و کاربرد ، بویژه در عرصه آموزش و تعلیم با دشواری‌های فراوانی همراه است.

هر سیستم صوری مانند S را که با این روش بیان شده باشد « سیستم اصل موضوعی S» می نامیم.

۲ . روش استنتاج طبیعی. گرهارت گنترن(Gentzen) منطقدان آمریکایی و استانیسلاو ایکوفسکی منطقدان لهستانی در سال ۱۹۳۴ این روش را به عنوان جانشینی برای شیوه اصل موضوعی مستقل از یکدیگر طراحی و ارائه کردند. در این شیوه، منطق تنها بر پایه تعداد محدودی از قواعد استنتاج پی ریزی میگردد (قواعد حذف و معرفی) فراگیری قواعد مزبور بسیار ساده و آسان است و با طبیعت ذهن هماهنگی و سازگاری دارد.

از سال ۱۹۳۴ تاکنون تقریرهای متعددی از این شیوه ارائه شده است که از مهمترین آنها می توان از تقریرهای کوایـن، فیچ، سوپیس، کُپی، لمون، میتس و پراویتس (Prawitz) یاد کرد.

هر سیستمی مثل S را در صورتی که با این روش تأسیس شده باشد « سیستم استنتاج طبیعی S» می نامیم.

۳. روش نمودار. این روش که به «روش معنایی» و «روش درختی » نیز مشهور است در اواسط قرن بیستم به وسیله ریموند اسمولیان، الورت بت و یاکو هینتیکا پایه ریزی شد و بعدها ویلفرید هاجز(Hodges) و ریچارد جفری آن را تنقیح کردند. این روش بر تعداد محدودی «قواعد اشتقاق » استوار است که به صورت نمودارهای «درختان ارزش » هم نشان داده میشود. مکانیکی و نمودار بودن این روش ارزش عملی فراوانی را برای آن در عصر رایانه ها فراهم آورده است. (مبانی منطق جدید، ص ۵-۷)

[7] اتمیسم منطقی (به انگلیسی:Logical atomism) یک دیدگاه فلسفی است که در اوایل قرن بیستم با توسعه فلسفه تحلیلی شکل گرفت. حمایت کننده اصلی آن برتراند راسل فیلسوف بریتانیایی بود. همچنین محققان عموماً بر این باورند که آثار اولیه شاگرد و همکار اتریشی الاصل او، لودویگ ویتگنشتاین، از نسخه‌های اتمیسم منطقی دفاع می‌کنند. برخی از فیلسوفان در حلقه وین نیز تحت تأثیر اتمیسم منطقی قرار گرفتند (به ویژه رودولف کارناپ، که عمیقاً با برخی از اهداف فلسفی آن، به ویژه در آثار قبلی خود، همدل بود). گوستاو برگمان (Gustav Bergmann) همچنین شکلی از اتمیسم منطقی را توسعه داد که بر زبان پدیدارگرایانه ایدئال تمرکز داشت، به ویژه در بحث‌های خود در مورد کار J.O. Urmson در تحلیل فلسفی.

نام این نوع نظریه در مارس ۱۹۱۱ توسط راسل در اثری به زبان فرانسوی با عنوان Le Réalisme analytique (که در ترجمه به عنوان «رئالیسم تحلیلی» در جلد ۶ مجموعه مقالات برتراند راسل منتشر شده) ابداع شد. راسل در حال توسعه و پاسخ به آن چیزی بود که او آن را «کل‌گرایی منطقی» می‌نامید - یعنی این باور که جهان به گونه ای عمل می‌کند که هیچ بخشی را نمی‌توان بدون شناخت اول از «کلیت» شناخت. این باور مربوط به یگانه‌گرایی است و با ایده آلیسم مطلق که در آن زمان در بریتانیا حاکم بود، مرتبط است. انتقاد از یگانه‌گرایی در آثار راسل و همکارش جی.ای. مور می‌توان به‌عنوان بسط انتقادی آنها از ایدئالیسم مطلق که در آثار F. H. Bradley و J. M. E. McTaggart نیز وجود داشته تفسیر شود. بنابراین اتمیسم منطقی را می‌توان به عنوان جایگزینی توسعه یافته‌های برای کل گرایی منطقی ای «منطق یگانه‌گرا» ایده‌آلیست‌های مطلق درک کرد.

این نظریه معتقد است که جهان متشکل از «حقایق» (یا «اتم‌ها») منطقی نهایی است که نمی‌توان آنها را بیش از این تجزیه کرد و هر کدام را می‌توان مستقل از واقعیت‌های دیگر فهمید. ویتگنشتاین که در اصل این موضوع را در رساله منطقی-فلسفی خود مطرح کرد بود، در کتاب تحقیقات فلسفی آتی خود آنرا در کرد.(سایت ویکی پدیا)

اتمیسم منطقی راسل

اتمیسم منطقی تاریخچه پیچیدهای دارد و در دو نوشته راسل «فلسفه اتمیسم منطقی»(1918) و «اتمیسم منطقی»(1924) و همچنین گفتگو های راسل و ویتگنشتاین متقدم، طی سالهای 1912-1913 ریشه دارد. «اتمیسم منطقی» توصیفی فشرده از نظام فلسفی راسل است که پایه هایش در منطق استوار شده و در مقابل ِشکلهایی از ایدئالیسم که واقعیت را یک کل واحد دانسته و هیچ گزارهای را به تنهایی صادق یا کاذب نمیداند، شکل گرفته است. در مقابل، اندیشه راسل این بود که جهان از چیزهایی خاص تشکیل شده، و واقعیتهایی را که دربردارنده این چیزها هستند، می توان تفکیک و توصیف کرد، و بدین ترتیب گزارههایی که درباره آنها گفته می شود، صادق یا کاذباند.

الف. اتمیسم منطقی از حیث روششناسی: از حیث روششناسی، اتمیسم منطقی به مثابه نوعی روش تحلیل یا تحلیل فروکاهشی (تحویلگرایانه) است. در نظر راسل فلسفه باید کار خود را با تحلیل قضیه همراه کند و در واقع یکی از مهمترین وظایف فلسفه تحلیل قضایا است. در فرآیند ِتحلیل، فیلسوف تلاش میکند، بنیادیترین مفاهیم، که از طریق آنها دیگر مفاهیم، تعریف می شوند را شناسایی کند و از این طریق صدق گزارهها را بررسی کند. او معتقد است شناختن معنای واژگان، مستلزم شناختن اشیای متناظر با آنهاست. در واقع راسل لازمه فهم یک گزاره را، آشنا بودن با مؤلفههای آن میداند. در نظر او تحلیل باید نشان دهد که یک گزاره از مولفههایی ساخته شده است که ما با آنها آشنایی مستقیم داریم. او میان "معرفت از طریق آشنایی" و "معرفت درباره" تمایز میگذارد. تمایز میان "آشنایی مستقیم" و "معرفت درباره"، در واقع تمایز میان اشیایی است که ما از آنها تصوراتی داریم، و اشیایی که صرفاً به وسیل عبارتهای اشارهکننده ای عبارتهای وصفی، به آن رسیدهایم. به عبارتی در مشاهده، ما با متعلقات مشاهد خود و در اندیشه با اشیاء در شکل انتزاعی منطقی آنها آشنایی پیدا میکنیم. راسل معتقد است که علم ما به بسیاری از چیزها از طریق همین عبارتهای اشارهکننده – بدون این که آشنایی مستقیم داشته باشیم – بدست میآید. هرچند در نگاه او، نقطه آغاز اندیشه باید با آشنایی مستقیم همراه باشد.

ب. اتمیسم منطقی از حیث متافیزیکی: موضع فلسفی راسل که از آن با عنوان "اتمیسم منطقی" یاد میشود، نظریهای است درباره جهان و ظرفیت انسان برای توصیف جهان از طریق زبان و اندیشیدن درباره آن.

راسل بر این باور است که جهان از واقعیتها تشکیل شده است. واقعیتها مرکبند و اتمها اجزای تشکیلدهنده آنها هستند. واقعیتهای حاوی این اتمها را میتوان توصیف کرد و بدین ترتیب گزارههای درباره آنها یا صادق هستند یا کاذب. گزارهها واقعیتها را توصیف میکنند و نامها نیز به جزئیها (که از طریق تحلیل به آنها رسیدهایم) اشاره میکنند. بنابراین در ظرف جهان با واقعیتها و اتمها سر و کار داریم و در ظرف زبان با گزارهها و نامها. در نظر او میان این زبان و جهان همریختی نیز وجود دارد، از یک سو گزارهها با واقعیتها تناظر دارند و از سوی دیگر نامها با جزئیات. گزارهها زمانی صادقاند که بین نحوه ترتیب یافتن اجزای گزاره و نحوه ترتیب جزئیات، رابطه یک به یک برقرار باشد.

راسل واقعیتها را نظامبندی میکند: واقعیتهای خاص مانند "این کتاب خستهکننده است" و واقعیتهای عام مانند "همه انسانها فانیاند". بنابراین واقعیتهای اتمی عبارتند از: اسناد یک صفت یا کیفیت به یک جزئی.

در واقع در اینجا توازی میان جملات بسیط و اشیاء بسیط وجود دارد. نکته حائز اهمیت این است که راسل منکر آن است که جهان شامل واقعیتهایی باشد که متناظر با گزارههای غیر اتمی (مولکولی) باشد، بنابراین گزارههای حاوی ادات منطقی "یا" ، "و" .. متناظر با هیچ واقعیت غیر اتمی در جهان نیستند.

وا ادعا می‌کند که واقعیت‌ها را نمی‌توان نامید، بلکه تنها می‌توان آن‌ها را اظهار ای انکار ... کرد. این از آن جهت است که گزاره‌ها نامی برای واقعیت‌ها نیستند، زیرا که هر واقعیت با دو گزاره همراه است صادق و کاذب، درصورتی که میان نام خاص و یک شیء خاص تنها یک رابطه معین وجود دارد. در نظر راسل نام خاص منطقی نامی است که ما با مرجع آن آشنایی مستقیم داشته باشیم، و آشنایی در نظر راسل یعنی دریافت حسی مستقیم و بی‌واسطه. آنچه راسل یک نام می‌نامد، یک شیء جزئی است و همین جزئی معنای آن نام است. نامیدن یک شیء ای جزئی مستلزم آشنایی مستقیم با یک داده حسی است، یعنی به ازای یک عین واقعی که به حواس درآمده باشد، با یک نام خاص روبرو هستیم.

راسل با استفاده از تحلیل فروکاهشی، متعلقات علم فیزیک را به امور واقع اتمی تحویل کرد؛ چرا که متعلقات فیزیکی نزد راسل اموری نیستند که ما آن‌ها را از طریق تجربه، به شکل بی‌واسطه حاصل کنیم. در نظر راسل، تنها چیزی که از طریق تجربه و به شکل بدون واسطه دریافت می‌کنیم، داده‌های حسی شخصی در لحظه کنونی است. بنابراین اعیان فیزیکی اموری قابل حذف‌اند، بدین معنی که می‌توان جهان را بدون آن‌ها فرض کرد. راسل در مورد انسان نیز تحلیل فروکاهشی را به کار گرفت. به اعتقاد او، انسان عبارت است از سلسله خاصی از تجارب. با استفاده از تحلیل فروکاهشی در می‌یابیم که آنچه مثلاً از شخصیت برادر خود در ذهن داریم، همان چیزی است که از طریق ادراک حسی حاصل شده است.

بنابراین اتمیسم منطقی راسل بیانگر این واقعیت است که او در جستجوی بنیادی‌ترین مولفه‌هایی است که امور واقع مرکب از آن‌ها ساخته می‌شوند، و نه از حیث فیزیکی؛ چرا که خردترین عناصر فیزیکی خود از حیث منطقی قابل تحلیل هستند.

اتمیسم منطقی ویتگنشتاین

هنگامی که رساله منطقی- فلسفی ویتگنشتاین را با فلسفه اتمیسم منطقی مقایسه می‌کنیم، متوجه همانندی های آشکاری می‌شویم. در واقع نیمه نخست رساله را، که نوعی نظام متافیزیکی در آن پرورانده شده است، می‌توان نمونه‌ای از اتمیسم منطقی تلقی کرد. به طور کلی، آموزه‌های رساله را می‌توان شامل نظریه تصویری نظریه توابع صدق دانست.

ویتگنشتاین نیز مانند راسل گمان می‌کرد که وجوه ساختاری جهان در دو مقوله جای می‌گیرند: واقعیت‌ها و اشیاء. او همانند راسل بر این باور بود که واقعیت‌ها را نمی‌توان نامید، به عبارتی گزاره‌ها نام واقعیت‌ها نیستند، بلکه این اشیاء هستند که می‌توان آن‌ها را نام‌گذاری کرد. به همین جهت او مانند راسل میان وجوه جهان عینی، و زبانی که برای توصیف این وجوه به کار می‌رود، تمایزی قاطعی قائل بود. در نظر ویتگنشتاین نیز فقط گزاره‌ها معنا دارند و صادق یا کاذب‌اند. در مقابل نام‌ها مدلول دارند، اما هیچ معنایی ندارند. نام همان شیئی را که بدان اشاره می‌کند معنا می‌دهد. نظریه تصویری ویتگنشتاین در واقع بیانکننده این مطلب است که نحوه اتصال واقعیت به زبان از طریق گزاره‌هایی است که تصویر واقعیت‌ها هستند. در اندیشه ویتگنشتاین رابط میان زبان و جهان دوگانه است. گزاره‌ها واقعیت‌ها را تصویر می‌کنند، و نام‌ها با پیوند اشاری خود به اشیاء، معنا را پدید می‌آورند. با این حال در نگاه او همه گزاره‌های زبان روزمره تصویرگر نیستند، بلکه صرفاً گزاره‌های پایه، که واقعیت اتمی را توصیف می‌کنند، تصویرگرند. بنابراین تنها نام‌های راستین که در گزاره‌های پایه ظاهر می‌شوند به یک عین موجود اشاره دارند.

ویتگنشتاین به یک دستگاه منطقی می‌اندیشد که جمله‌های پایه‌اش با واقعیت‌هایی که جهان را تشکیل می‌دهند رابطه همریختی دارند. این زبان آرمانی، تصویرگر ساختار جهان است و نه تنها اشیاء را می‌نامد، بلکه رابطه ساختاری آن‌ها با یکدیگر را نیز ترسیم می‌کند.

تفاوت اتمیسم منطقی راسل با اتمیسم منطقی ویتگنشتاین

نظریه اتمیسم منطقی راسل از برخی جهات با نظریه اتمیسم منطقی ویتگنشتاین متفاوت است. رهیافت اتمیسم منطقی ویتگنشتاین، معنی شناسانه است. ویتگنشتاین در جستجوی این است که زبان چه خصوصیاتی باید داشته باشد، تا با معنا باشد. اما رهیافت راسل معرفتشناسانه است، ولی به تبع بحث از مسائله معرفت، بحث از معنا هم برای او مطرح میشود، چرا که معرفت شناسی راسل به تبعیت از سنت تجربهگرایی که در آن قرار دارد، با مسائله زبان پیوند دارد. در واقع همانطور که پیشتر اشاره کردیم، بر اساس اصل آشنایی، که از اصول معرفتشناسی راسل است، لازمه فهم یک گزاره، فهم معنای اجزایی است، که گزاره از آنها تشکیل شده است.

از دیگر تفاوتهای اتمیسم منطقی راسل و ویتگنشتاین متقدم این است که هر چند این دو، گزارههای زبان کامل را متناظر با امور واقع میدانستند، ولی ویتگنشتاین قائل به تنها یک نوع زبان و آن هم صرفاً در یک سطح بود؛ زیرا مطابق رساله، زبان عبارت است از گزارههای بنیادینو توابع صدق گزارههای بنیادین. گزارههای بنیادین تصویری از وضعیت عالم خارجاند، و امر واقع عبارت است از وضعیتی از اشیا و اعیان.

اما به نظر راسل، زبان دارای یک سطح نیست و سلسله مراتبی از زبانها وجود دارد. نظریه سلسله مراتب زبانهای راسل، متأثر از نظریه طبقات اوست که برای حل پارادوکسها آن را ارائه کرده بود. از نگاه راسل سطحی ترین مرتبه زبان، همان زبانی است که ویتگنشتاین آن را در رساله منطقی -فلسفی به عنوان تنها زبان ممکن معرفی میکند. چنین زبانی را راسل زبان - شیء مینامد. در زبان - شیء، بین بنیادیترین اجزاء زبان، و بنیادیترین اجزاء واقعیت، تناظری یک به یک وجود دارد. به نظر راسل در این مرتبه از زبان، نمیتوان از چیزی غیر از امور واقع (برای مثال از خود زبان) سخن گفت و ویژگیهای آن را برشمرد. و اگر بخواهیم ویژگیهای این مرتبه از زبان را اظهار کنیم، باید با زبان مرتبه بالاتری سخن بگوییم.

شیء – واژهها در مقام پایینترین مرتبه این زبان، دارای معنا هستند و معنای آنها از طریق تجربه دریافت میشود. به عبارت دقیقتر راسل معنا را محدود به شیء -واژهها کرده و در مورد جملات، دلالت را مطرح میکند. معنای شیء - واژه از تجربه اخذ میشود. اشیاء، یا همان امور واقع، به شرطی معنای یک شیء- واژه هستند که با حضور تجربی آنها، شیء- واژه توسط انسان بیان شود. این اندیشه راسل با رأی فیلسوفان تجربهگرای پیشین همخوانی دارد. در مقابل راسل معتقد است جملات، بر خلاف شی – واژهها دارای دلالت هستند، نه معنا. یکی از تفاوتهای معنا و دلالت این است که معنا از تجربه اخذ میشود ولی دلالت نیاز به اخذ از تجربه ندارد. به نظر راسل حوزه دلالت وسیعتر از حوزه امور تجربهپذیر است. ممکن است از یک جمله تجربههای نداشته باشیم، ولی دلالت آن را درک کنیم، چرا که معنای کلمات آن جمله را میفهمیم. بنابراین حوزه دلالت مستقل از حوزه صدق است .به نظر او صدق عبارت است از انطباق با واقع. اگر جملهای با یک یا چند امر واقع رابطه ای برقرار کرد، آن جمله را صادق میدانیم و آن امر یا امور واقع را نسبت به این جمله تحققگر خواهیم دانست. اما این به معنای پذیرش پوزیتیویسم نیست، چرا که به نظر راسل رابطه بین امر واقع، یا همان تحققگر، و گزاره، رابطهای عینی است، که مستقل از معرفت انسان و تجربه اوست در نظر راسل اسباب نهایی جهان واقعیتها هستند. واقعیتها همواره موجود خواهند بود، حتی اگر فاعل شناسا وجود نداشته باشد. صدق و کذب گزارهها در ارتباط با واقعیات است که مشخص میشود.(سایت پژوهه، اتمیسم منطقی)

[8] جلسات حکمت و عرفان شیعی، جلسه نهم

پاسخ به شبهه ملحدین

اعداد اول بی‌نهایتند. این ها،بی‌نهایت هستند- مقصود نفس‌المرئیت داشتن آن‌هاست، نه این‌که وجود توصیفی در مقابل عدم داشته باشند که بعد قرار باشد معروض داشته باشند -این بی‌نهایت، نفس‌المرئیت دارد و متعلق علم خداست. کانتور که وارد نظریه مجموعه‌ها شد می‌خواست توری بیندازد که این حقایق نفس‌المرئی را شکار کند و به مشکلی خورد که گویی نمی‌تواند چنین توری درست کند؛ آن‌گاه این سوءاستفاده‌کنها (بی‌خدایان مثبت گرا) می‌گویند حال که توری نداریم، عالم ِبه آن هم نداریم. آخر چه ربطی هست.

اولا ً که علم خدا علم حضوری است، نه علم حصولی که در نظریه مجموعه‌ها مورد نظر است. یعنی خود آن واقعیات علم خداست، و اگر بی‌نهایت واقعیت هست پس خدا به آن ها علم دارد.

ثانیا ً این که تور شما مشکل دارد، دلیل نمی‌شود که علم حصولی هم نتوان داشت. از باب تنظیر می‌توان این مثال را آورد که ما بی‌نهایت عدد داریم؛ اما یک عدد بی‌نهایت نداریم؛ یعنی توری نداریم که عددی به نام عدد بی‌نهایت را بتوان برای ما شکار کند؛ چون روی هر عددی دست بگذاریم، عدد بعدی در کار است. پس ما عدد ِبی‌نهایت نداریم در حالی که بی نهایت عدد داریم و بین این دو تنافی نیست. یعنی می‌شود تور نداشت اما واقعیت را داشت و علم خدا که متن واقعیت است.

به علاوه بعدا ً تلاش‌هایی کرده‌اند که این تور را درست کنند. این نظریه ابتدا که مطرح شد بی سر و ته بود و خود ریاضیدانان گفتند جایی که خوشتعریف باشد[1] (یعنی تعریفش واضح و ضابطه‌مند باشد) این مشکلات پیش نمی‌آید اما یک جاهایی خود تعریفش مشکل دارد و این مشکلات پیش می‌آید. آن چه برای ما مهم است این است که بستر حقائق، نفس‌المرئیت دارد و این نفس‌المرئیت تلازمی با شکار شدن در نظریه مجموعه‌ها ندارد؛ یعنی اگر شکار کننده‌ای نداشتیم، دلیل نمی‌شود که بستر حقایق در کار نباشد.

بی نهایت؛ ادراک عقلی، ادراک خیالی

اکنون به سراغ برخی دیگر از فقرات متن برویم.

> يک دسته از حقايق حقايق گزاره اي يا قضيه اي هستند، که مي‌توان آن‌ها را بر اساس اصل دوالنسي منطق صحيح يا غلط دانست. به‌عنوان مثال هرکدام از روابط رياضي موجود بين اعداد حقيقتي هستند. يعني 4=2+2 يک حقيقت است و همچنين 0=2-2 يک حقيقت ديگر. حال از آنجا که اين حقايق قابل تميز دادن شدن از يکديگر هستند مي‌توان اجتماع آن‌ها را بصورت يک مجموعه تصور کرد.

به این کلمه «می‌توان» که ما زیرش خط کشیده‌ایم دقت کنید. یعنی تصور آن ها به عنوان یک مجموعه، یک گام بعدی است. حال ممکن است شما نتوانید آن ها را به عنوان یک مجموعه تصور کنید؛ آیا این به معنای نفی حقیقت داشتن آن‌هاست؟ حتی ممکن است به آن ها علم حصولی پیدا کرد، اما نه به عنوان یک مجموعه؛ یعنی هیچ اشکالی ندارد که ما بتوانیم آن ها را به عنوان علم حصولی درک کنیم، اما در مجموعه ساختن از آن ها دچار مشکل شویم. مثلا آیا ما به این که اعداد بی‌نهایتند، علم حصولی داریم یا خیر؟ما بی‌نهایت عدد داریم، آیا به این بی‌نهایت عدد علم حصولی داریم؟

نکته‌اش در این است که در عرصه بی‌نهایت ها، یک بار علم حصولی به معنای درک عقلی مورد نظر است یک بار به معنای درک خیالی. ما از بی‌نهایت عدد، درک عقلی داریم؛ یعنی همین که مفهوم عدد طبیعی را درک کردیم، همه اعضای اعداد طبیعی را به وجهی می‌شناسیم که چیست؛ یعنی هرکدام را که بیاورند ما آن را می‌شناسیم؛ شما انسان را می‌شناسید؟ می‌گویید بله، می‌شناسم، می‌گویم شما که تمام انسان ها را نمی‌شناسید؟ می‌گویید هر انسانی را بیاورید بما انه انسان او را می‌شناسم. اما درک تخیلی به این معنا که کل اعداد طبیعی را در یک زمان در ذهن ساز بدهیم و حاضر کنیم، این را نداریم. آیا قوه عقل می‌تواند بی‌نهایت عدد را سان دهد؟

اعداد هرکدام «نوع برأسه[2]». اعداد، جزیی حقیقی نیستند که بگویید شأن عقل، ادراک جزیی نیست. هرکدام این ها یک طبیعتند که عقل می‌تواند درک کند. اما بی‌نهایت طبیعت است. عقل می‌تواند این ها را درک کند و همه را در ذهن، سان دهد؟

-[illegible][3]

از این باب که درک یک نحوه احاطه است و وقتی محیط شد، محاط محدود است.

در واقع هر بی‌نهایتی در اینجا از یک حیث دیگر محدود است. ما که احاطه بر او پیدا می‌کنیم از آن حیث محاط ماست، اما خود عقل که محیط بر اوست خودش هم لایتناهی است از یک حیثی. یعنی اگر محیط، خودش از آن حیثی که محیط است نامحدود باشد، لازم نمی‌آید که محاط، محدود باشد ؛لذا عقل که بر چیزی محیط می‌شود از همان جهات ادراک عقلی‌اش، همان نامحدودیت را دارد، پس محاطِ او هم که بی‌نهایت عدد طبیعی است، منافاتی ندارد که محاط باشد و بی‌نهایت هم باشد.

-[illegible][4]

مرحوم آقای طباطبایی در اصول فلسفه در جلد پنجم مطالبی دارند و حاصل فرمایششان بعد از این که به اینجا می‌رسند که «خدا بی‌نهایت است» این است که خود همین تعبیر هم یک جور حد قائل شدن برای خداست[5]. این شاید اشاره به همان مطلبی باشد که امام به کسی که گفت

«الله اکبر من کل شیء» فرمود: «حددته»[6].

پاسخ جدلی

> قبل از جواب حلی می‌توان جوابی جدلی داد که فرق است بين اين كه عضوهاى يک مجموعه خود مجموعه باشد و بين اين كه عضوها غير مجموعه باشد، چون در اولى اجتماع فقط به فرض است و

> واقعيت ندارد، و همچنين عضوهاى يک مجموعه با زير مجموعه هاى آن تفاوت مى‌کند، بنابر اين در مجموعه اى که اجتماع در آن فرضى باشد علم به عضوهاى مجموعه تعلق مى‌گيرد نه به اجتماع فرضى آن واه نه به زير مجموعه هاى فرضي، مثلا پنج نفر معين را به عنوان يک مجموعه در نظر بگيريد کسى که اين پنج نفر را مى‌شناسد مى‌توانيم بگوييم عالم به اينها است ولو علم باهاين که شما آن پنج نفر را به عنوان يک مجموعه در نظر گرفته ايد نداشته باشد و همچنين شما که عضوهاى مجموعه خود را مى‌دانيد مى‌توانيم بگوييم عالم به اين مجموعه هستيد هر چند علم به زير مجموعه هاى ممکن آن نداشته باشيد، به همين بيان مثلا علم مى‌تواند تعلق بگيرد به کارديناال الف که در قبال آن اعداد حقيقى قرار مى‌گيرند چون عضوها و عناصر مجموعه فرضى نيستند بلکه حقيقت دارند اما علم به کارديناال پس از آن که تنها از قوت مجموعه تواني آن حاصل شده باشد لازم نيست تعلق بگيرد چون صرف فرض است، به خلافاين که کارديناال بعدى متعلق به مجموعه اى باشد که عضوهاى آن خود مجموعه فرضى نباشد، و اين جواب به اين جمله استدلال آن هامربوط مى‌شود: (بنابر اين حقايقى [illegible] مجموعه توانى، حقيقتى را اضافه نمى‌کند چون جز فرض زير مجموعه هاى يک مجموعه چيزى نيست.

جواب جدلی‌ِقوق، جواب ساده‌ای است که نشان می‌دهد درک این ها چقدر ضعیف است. یعنی اگر کسی آن جواب‌ِحلّی را متوجه نشود، همین جواب جدلی برای نشان دادن ضعف استدلال این ها کافی است. تقریر مطلب به زبان ساده این است که آیا عالم مطلق، لازم است به همه واقعیّات علم داشته باشد؟ ای من، اگر بخواهم فرضهای مختلفی درباره واقعیات بکنم ، باید به آن ها هم علم داشته باشد؟

البته چون او خالق من است و به فرض کردن من آگاه است، به این فرض ها هم علم دارد اما بحث این است که خود‌ِفرض کردن مگر واقعیتی ایجاد می‌کند که لازم باشد عالم مطلق به آن هاهم عالم باشد. یعنی نظریه مجموعه‌ها دارد یک فرض هایی از جانب ما درباره اشیاء را مطرح می‌کند. خود اعضای مجموعه واقعیت دارند اما «مجموعه کردن آن‌ها» یک فرض ذهن من است و بعد زیرمجموعه‌های این مجموعه هم فرض ذهن من است. پس این که تعداد زیر مجموعه‌ها از تعداد اعضای اصلی مجموعه بیشتر شوند فقط ناشی از فرض های ذهنی من است نه این که در خارج چیزی بیشتر شده باشد و حقیقتی اضافه شده باشد. یعنی مثلاً دانستن مجموعه اعداد طبیعی، به این است که تمام اعضایش را بشناسید، حال من بخواهم از این مجموعه، مکرّرا زیر مجموعه‌هایی فرض کنم و بگویم شما باید تمام این زیرمجموعه‌های مرا هم بالاستقلال مورد توجه قرار میدادی تا عالم به این مجموعه باشی، خواسته‌ی گزافی است و کسی که به فرض های ذهن من درباره این زیرمجموعه‌ها توجه نکند، بدین معنا نیست که عالم به مجموعه اعداد طبیعی نباشد. (البته در جواب حلی توضیح خواهیم داد که این مفروضات، هم نفس‌الامری دارند که خداوند به آن هاهم عالم است).

[1] در علم ریاضیات یک عبارت خوشتعریف است اگر بدون ابهام باشد و اشیای آن مستقل از نمایششان باشند. به عبارت دیگر، بدین معنی است که یک عبارت ریاضی منطقی و معین باش.

به زبان سادهتر یک تابع، خوشتعریف است اگر شکل ورودی تغییری کرد (نه مقدار آن)، مثلاً به جای ۰٫۵ مقدار۲÷۱ یا (۱/۲) دادیم مقدار خروجی تغییری نکند. خوش تعریفی تابع در این جا یعنی هر ورودی فقط یک خروجی داشتن، یعنی تابع بودن. اصطلاحاً وقتی میگوییم تابع خوش تعریف است یعنی تابع است. اما دلیل اینکه صفت خوش تعریفی را میآوریم این است که گاهی رابطه (قانون) ظاهرش نشان میدهد که قانون، یک تابع است اما وقتی به دقت آن را بررسی میکنیم میفهمیم که تابع نیست. در این موارد میگویند تابع خوش تعریف نیست.(سایت ویکی پدیا)

[2] هريك از مراتب عدد، يك نوع خاصّ محسوب مىشود. از اينرو، نمىتوان گفت چند عدد باهم يك نوع را تشكيل مىدهند، و داراى افراد مختلفى هستند! امّا، اينكه چرا هر مرتبههاى از عدد - از عدد «دو» گرفته تا بىنهايت - يك نوع خاصّ را تشكيل مىدهد؟ دليلش آنست كه هر مرتبههاى از عدد، ويژگىهاى مخصوص به خود را دارد. ويژگى عدد «دو» مخصوص به خودش مىباشد. ويژگى عدد سه نيز مخصوص به خود آن است. و همينطور اعداد ديگر. البته، ممكن است چند عدد در يك ويژگى مشترك باشند؛ چنانكه برخى از اعداد در فرديّت و برخى ديگر در زوجيّت مشتركاند. امّا، هر عددى يك ويژگى خاصّ به خود نيز دارد. از اينرو، هر مرتبههاى از عدد يك نوع مستقل شمرده مىشود.(شرح الهیات شفا،ج ۲،ص ۳۸۷)

[3] سؤال یکی از دوستان حاضر در جلسه درس

[4] سؤال یکی از دوستان حاضر در جلسه درس

[5] آخرين بحث فلسفى در صفات خداى هستى به نظريههاى منتهى شده كه از سطح سخنان گذشته بسى بالاتر است و آن اين است كه:

«چون هستى خدا از هر قيد و شرطى مطلق است و هيچ گونه حدى در آن جا نيست پس خود اين تحديد (هيچگونه حدى در آن جا نيست) نيز از آن جا منفى است و از اين روى وجود ايزدى از هر تحديد مفهومى نيز بالاتر و هيچ مفهومى (حتى اين مفهوم) نمىتواند به وى احاطه نموده و تمام حاكى بوده باشد».

بيشتر از اين اندازه را بايد از جاهاى ديگر سراغ گرفت.(اصول فلسفه و روش رئالیسم،ج۵،ص ۱۴۴)

همچنین ملاحظه کنید: خداوند فوق ما لا یتناهی بما لا یتناهی

[6] 8- علي بن محمد عن سهل بن زياد عن ابن محبوب عمن ذكره عن أبي عبد الله ع قال: قال رجل عنده الله أكبر فقال الله أكبر من أي شيء فقال من كل شيء فقال أبو عبد الله ع حددته فقال الرجل كيف أقول قال قل الله أكبر من أن يوصف.(الكافي (ط - الإسلامية) ؛ ج1 ؛ ص117)