

# نآ یاه هعومجم و دادعا (فلأ

## نآ یاه هعومجم و دادعا (فلأ

### ۱. یعیبط دادعا هعومجم

و دوشیم عورش کی زا هک [2] یعیبط دادعا هعومجم ردّالثم هک تسا نیا، هداس یلیخ بللطم زا» [1] دینک ادیپ یعیبط دادعا زا یزیچ دیناوتیمن رگید، هعومجم نیا زا وضع ود نیب. دوریم تیاهنیبات و تساهس، ود زا دعب. یچی ه؟ تسایددع هچ، هس و ود نیب، تسایعیبط دادعا اب ناتراک و رسیتقو، تساتروص نیا هب حیحص دادعا مامت. یفنم و تبثم حیحص دادعا نینچمه. تسین یزیچ اهانآ نیب، تسین یرگید وضع، هعومجم کی زا وضع ود نیب ینعی.

### ۲. ایوگ دادعا هعومجم

رکف نآ هب مدآ یتقو؛ تسایروآباجعا و مهم رایسب ریبعت، میوریم [3] ایوگ دادعا غارس یتقو اما ددع ود نیب تبسن زا هک یددع نآ ینعی؟ تسیچ ایوگ دادعا هعومجم. دریگیم شتهبّاعقاو دنکیم هس، موس و د. فصن ینعی؛ مود کی میوگیم اما، میتشادن یددع، ود و کی نیب نآلا. دوشیم لصاح دادعا اهانیا. دینکیم ادیپ ددع دیراد هس و ود نیب؛ موس کی و ود، دوب هک یاهلصاف نیمه ینعی. مراهچ دنتسه ایوگ و قطنم هک یدادعا. دنوشیم یبسن

### هدرشف؛ ایوگ دادعا هعومجم

نیا. [4] تساهدرشف ایوگ دادعا هعومجم: دنیوگیم اهانادیضایر هک تسا نیا بیرغ و بیجع زیچ نیب اهانتهن، دینک ادیپ اچک ره رد ایوگ ددع ود ره ینعی هدرشف. تساهم یلیخ؟ هچ ینعی هدرشف آلثم ایوگ ددع ود رگا. تسایلیخ؛ تسایوگ ددع تیاهنیپ هرابود هکلب، تسین ددع کی طقف اهانآ دیسرب ییاج هب و دیورب ولج تیاهنیپ، دینک کی دزن مه هب مادم اهرسک اب ار موس کی اب مود کی ار شرکف یتقو. تسایوگ ددع تیاهنیپ، ایوگ ددع ود نآ نیب زاب، تساتخس شروصت هک نامه زا وضع تیاهنیپ، وضع ود ره نیب هرابود ینعی. تسایروآتهب رما کی یگدرشف نیا، دینکیم. تساهداس شکرد نیا. دنیوگیم یگدرشف، نیا هب؛ تسه هعومجم

### ارامش؛ ایوگ دادعا هعومجم

یضایریاضف رد هک یناهرب اب - تسا نیا، تساروآتهب و دوب متسیب نرق دروآهر هک هچ نآ اما هچ هب ارامش. [5] تسارامش، تساهدرشف هک ایوگ دادعا یاههعومجم نیا: دنیوگیم هک - هدش تباط اب، تیاهنیپ یهّوق رطن زا. یعیبط دادعا هعومجم اب دراد [6] کی هب کی رطانت ینعی؟ تسانعم تسارفصّ فلاشیود ره، [8] ینیفسنارت دادعا حالطصا هب. [7] تسایکی یعیبط دادعا

تیه‌نینب ات و دنوشیم عورش (۱) کی زا هک دن تسه یدادعا تبثم حیحص دادعا ای یعیب ط دادعا [2] یارب و (تسا یفنم و تبثم دادعا نایم زرم رفص ددع) دوشیم رفص لماش و .دنراد همادا (n ددع) نیموس نی» رد لاثم روطه‌ب) بی‌ترت یارب و («تسا زیم یور هکس شش» رد لاثم روطه‌ب) شرماش یارب هدا فتسا دروم تغل ،تایضایریسان شحال طصا رد .دنوریم راک هب («تسا روشک رد گرزب رهش تبثم حیحص دادعا» هومجم نامه یعیب ط دادعا» هومجم .تسا «بی‌ترت دادعا» یعقوا ءایشا شرماش

یعنی بطن دد، هدا س نایب هب . تسا کی و لوا دادعا ، بکرم دادعا لماش دادعا نی . تسا {۱'۲'۳ و ...} ینعی دد لاثم یارب ، دنوشیم هدا فتسا یعی بطن رضانع ندرمش یارب و دراد دوجو تعی بطن رد هک تسا یددع (ایدپ یکی و تیاس). دن تسین یعی بطن دادعا هعومجم رد و دنرادن دوجو تعی بطن رد یفنم دادعا ای رفص

هک تسا یددع ، **تایضایر** ملع رد (Rational number : **سیلگنا** هب) یرسک ددع ای ایوگ ددع [3]

جرخم q و رسک تروص p هک یروط هب ( p و q ) **حیحص ددع** ود زا ( p / q ) ای **رسک** تروص هب دن اوتیم رب حیحص ددع میسقت زا هک دن تسه یی اهرسک ایوگ دادعا ، رگید ترابع هب . دوش نایب ( . دشاب رسک ؛ دشاب کی ددع اب ربارب دن اوتیم q هک ییاجنآ زا . دشاب هدمآ دیدپ (رفص زج هب) رگید حیحص ددع . دن تسه زین ایوگ ددع ، یباسح و یعی بطن ، حیحص دادعا یمامت سپ

ایوگ دادعا یضایر دامن

یادتبا زا **ونایپ هپزوج** باختنا هب هک دنوشیم هداد شیامن Q فرح ابّالومعم ایوگ دادعا **هعومجم** تساهدش ذخا ، **تمس قجراخ** یانعم هب ، **quoziente** ییایلاتی اّم لک

فی رعت

هت شاد یعی بطن ددع کی ام رگا ؛ درک فی رعت تروص نیدب ار ایوگ دادعا هعومجم ناوتیم یلک روطه ب x مه (هک یطرش هب ای) هک یروط هب ؛ مینک میسقت ( y الثم) یرگید رب ( x الثم) ار نآ و می شاب هاگنآ ؛ دشابن رفص اب ربارب (جرخم) y و ؛ دشاب ( Z ) حیحص دادعا هعومجم وضع (جرخم) y مه و (تروص) . دوب ده اوخ ایوگ یددع (رظن دروم رسک) y هب x تبسن

ود ره نیب هک تسا نی روطنم . دراد ار ندوب **لاگچ** مهم تیصاخ [ایوگ دادعا هعومجم] هعومجم نی [4] و ۰ نیبّالثم . دراد دوجو - رگید ایوگ ددع تیاهن یب تقیقح رد یرگید ایوگ ددع زیامت ییوگ ددع ایوگ دادعا ۱

$$1/2 . 2/3 . 3/4 . 4/5 . 5/6 ..... n/(n+1)$$

ایوگ دادعا ۰ و نیب ، دنراد رارق

$$1/3 . 2/5 . 3/7 . 4/9 . 5/11 ..... n/(2n+1)$$

(۳۰۳-۳۰۴ ص ۲، ج ، تایضایر خیرات) . دنراد رارق

اب نآ زا کی هب کی یرطانت ناوتب ای دشاب یهانتم ای رگا تسارامش هعومجم کی ، تایضایر رد [5] . درک داجیا یعی بطن دادعا هعومجم

ینعی ؛ دشاب هت شاد دوجو یعی بطن دادعا هب نآ زا کی هب کی یعبات رگا تسارامش هعومجم کی ،ّالدا عام ار هعومجم نآ یاضعا هک نی ای ، دوش طبترم یصاصتخا و یعی بطن یددع هب دیاب هعومجم نآ زا یوضع ره دیابن هاگچی ه شرامش نی ، یهانتمان یاضعا دادعت تلح هب هک نی اب ، درمش یکی یکی ناوتب . دبای نایاپ

دادعت) نآ یلصا ددع رگا تسارامش هعومجم کی ، ارامش باختنا لصا صرف اب ، رت یا هفرح نایب هب هک یی ارامش هعومجم هب . دشابن رتشیب یعی بطن دادعا هعومجم هب تبسن (هعومجم نآ یاضعا

دنیوگیم یهانتمان یارامش دشابن یهانت م

ینعی، درک تابثا ار ارامشان یاه عومجم دوجو هک یسک، تسا روتناک جرح هب بستنم موهفم نیا یقیقح دادعا عومجم<sup>۱</sup> الثم؛ دشابن ارامش هک ییاه عومجم

فی رعت

هتیلانی دراک اب نآ لانیدراک ددع ای تسا یهانت م ای هک، دنمانیم (شرامش لباق) ارامش ار یاه عومجم ارامشان<sup>۲</sup> عومجم، تسین ریذپشرامش هک یاه عومجم هب، تسا یکی تبثم و حیحص دادعا<sup>۳</sup> عومجم ریذپشرامش S یهانت مان<sup>۴</sup> عومجم کی هک یم اگنه هب، دوشیم هتفگ (شرامش لباق ریغ<sup>۵</sup> عومجم) (ای دپ یکی و تیاس). دوشیم هداد ناشن ؟ 0 اب نآ لانیدراک ددع، تسا

، ارامش، یهانت مان، یهانت م یاه عومجم هحفص، قطنم هب دمآرد تیاس هب نینچمه هنیمرز نیا رد هعجارم ارامشان و ارامش، یهانت مان، یهانت م یاه عومجم هلاقم، یضایر دشر هلجم و ارامشان دییامرف.

one-to-one: یسیلگنا هب) (کی هب کی رطانت ای) هیوسود رطانت کی تایضایر رد [6] ره هک نیا طرش هب دوشیم هتفگ عومجم ود یاضعا نایم یعبات هب (bijection ای correspondence چه یاه عومجم زا مادکچه رد. دشاب هدش تفج رگیدی عومجم زا وضع کی آقیقد اب عومجم ره زا وضع درادن دوجو ی تفج نودب وضع

عومجم ود نیا رگا، تسا X هب Y زا نوراو عبات کی یاراد Y عومجم هب X عومجم زا ییوسود عبات ره دادعت هک تسا نیا<sup>۶</sup> هدنه دناشن اهنآ یاضعا نایم کی هب کی رطانت دوجو تروص نیا رد دشاب یهانت م ندمآ دوجو هب ثعاب اهرطانت نیا یهانت مان یاه عومجم دروم رد، تسا ربارب عومجم ود نیا یاضعا دن تسه توافقتم یاهت یاهن یسرب یارب یشور هک دندش لانیدراک دادعا موهفم

، دراد مان تشگیاج عومجم نآ دوخ هب عومجم کی زا ییوسود عبات ره

فی راعت: لاثم ناونع هب، دنتسه یروض یرازبا یضایر ثحابم زا یرایسب یارب ییوسود عباوت یخی رناسمه و یخی رکی

فی رعت

دشاب رارقرب ریز طرش راهج دیاب دشاب ییوسود Y عومجم هب و X عومجم زا f عبات هک نیا یارب

، دشاب هدش تفج Y عومجم وضع کی لقادح اب دیاب X عومجم وضع ره

، دشاب هدش تفج Y وضع کی زا شیب اب دیابن X وضع چه

و دشاب هدش تفج X عومجم وضع کی لقادح اب دیاب Y عومجم وضع ره

، دشاب هدش تفج X وضع کی زا شیب اب دیابن Y وضع چه

تروص هب یهاگ ود و کی یاه طرش، تسا X یهانت مان اب یعبات f هک دننکیم نیمضت ود و کی یاه طرش دوش تفج Y عومجم زا وضع کی اب آقیقد X عومجم وضع ره دیاب: دوشیم هتشون مه طرش کی عباوت فی رعت مه همراه طرش، دنراد مان اشوپ عباوت دنتسه اراد ار موس طرش هک یعباوت

و رگا تسایوسود عبات کی هک تفرگ هجی تن ناوتیم ترابع نیاهب هجوت اب. تسایههکی  
اشوپ مه دشاب کیههکی مه رگا طقف.

لاثم

نازومآشناد همه دنکیم هدهاشم و دنیشنب اهیلدنص یور دیوگیم نازومآشناد هب سالک رد ملعم  
ربارب اهیلدنص و نازومآشناد دادعت دریگیم هجی تن و دنتسه رپ اهیلدنص مامت و دناهتسشن  
اب زومآشناد ره ندرک تفج اب هک تفرگ هجی تن ناوتیم فیرعت طرش ۴ یسررب اب. تسایههکی  
درک داجی اهیلدنص و نازومآشناد نایم کیههکی رطانت ناوتیم شیلدنص:

- ،(تسین اپرس مادکچه) دناهتسشن نازومآشناد مامت
- تسایهتسشنیلدنص کی زا شیب یور یزومآشناد چه
- و دنتسه رپ اهیلدنص مامت
- تسایهتسشنرفن کی زا شیب یلدنص چه یور

و نازومآشناد دادعت هجی تن رد و تسارارقرب کیههکی رطانت اهیلدنص و نازومآشناد نایم سپ  
تسایههکی رطانت.

نکیزاب ۱۱ رگا. تسایزاب نیمز رد اناهگیاج و (رگید شزروه ای) لابتوف نانکیزاب رگید لاثم  
هب رطانت شهگیاج اب نکیزاب ره ندرک تفج اب میریگب رطن رد میت بیگرت رد هگیاج ۱۱ و  
(ایدپیکیو تیاس).دنوشیم هدروآرب قوف طرش ۴ نوچ. دیآیم تسد

زا وضع ره یازا هب و B زا وضع کی A زا وضع ره یازا هب و دنشابهعومجم و B و A رگا: کیههکی رطانت  
A?B. میسیونیم و دنراد کیههکی رطانت B و A میریوگیم، دشابهتشاد دوج و A زا وضع کی B

حضاو تروص نیارد،  $B = \{a,b,c,d,f\}$  و  $A = \{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$ : مینک ضرف رگا، لاثم یارب  
دینکیم هطحال مریز لکش هب ار کیههکی رطانت نیارد:  $A=B$ : هک تسایههکی

A:	۱	۲	۳	۴	۵	۶
	↕	↕	↕	↕	↕	↕
B:	a	b	c	d	e	f

یتیودوجم چه B و A هعومجم و دنیب کیههکی رطانت موهفم، دیدرک تقد فیرعت رد هک روطنام  
هب، میربب راکهه تقد هب ار موهفم نیارد و دنیمن داجی هعومجم و دنیاندوب یهانتمان یارب  
جوزیعیبط یاهدع هعومجم و یعیبط یاهدع هعومجم هک داد ناشن ناوتیم ریز تروصهه و یگداس  
N?۲N: نیعی؛ دنراد کیههکی رطانت

N:	۱	۲	۳	۴	۵	۶
	↕	↕	↕	↕	↕	↕
۲N:	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲

(ارامشان و ارامش ،یهانتمان ،یهانت م یاههعومجم هلاقم ،یضایر دشر هلجم)

X: f کی هب کی رطانت کی رگا اهنت و رگا تسا ربارب Y و X یهانت م عومجم ود یاهرصنع دادعت [7] هک یتلاح یارب ار اهرصنع دادعت یواسن ترابع هک دنچره .دشاب هتشاد دوج و Y و X نیب Y مینک رکف دشاب یعیبط دسریم رطن هب ،میری یم راک هب دنتسه یهانتمان Y و X یاههعومجم ود ار کاردا نیام .دنتسه هزادنا کی یاراد ،دنتسه کی هب کی رطانت رد هک یهانتمان عومجم ود مینکیم نیب ریز تروصه ب:

کی Y و X نیب هاگره ،دربیم راک هب نآ یارب ار Y X دامن و دنیوگی م ناوتمه ار Y و X عومجم ود (۱۲۲ ص ،نآ یاهدرب راک و یاههعومجم یرطن) .دشاب هتشاد دوج و Y X: f کی هب کی رطانت

آموزل و دنا یهانت م دادعا مامت زا رتگزب اهنت هک انعم نیدب ،دنا یهانتمان یدادعا یهانتمارت دادعا [8] وا .دش عادبا روتناک جروج طسوت (transfinite) یهانتمارت ترابع .دنتسین قلطم یهانتمان رب لکش نیدب ات ،دشاب هدرک تیاهن یب هم لک هب ینمض یاهراشا هم لک نیاب هک تساوخی هم لک نیاب هب تبسن رضاعم ناگدنسیون زا یخرب لاح نیاب .دشاب هدرک هراشا ناشندوبن یهانت م تیاهن یب یاهلانی دروا و اهلانی دراک یارب «تیاهن یب» هم لک ندرب راک هب نونکا ؛دنتسه ددرم (ایدپ یکیو تیاس) .دوشیم هدرک راک هب زونه زین یهانتمارت هم لک لاح نیاب .تساهدش هتفریذپ )

سرد هسلج رد رضاح ناتسود زا یکی لاؤس [9]

ددع (۱): تیاهل میهافم نیب تب رد یضایر میهافم درب راک» یروآدرگ هلاقم هب هنیمز نیاب رد [10] دی .امرف هعجارم هیکدف تیاس رد یب ددع هحفص و «یب

یغونصم شوه هقف مهذرای هسلج [11]

میناوخی مینچنیای نیفسنارت دادعا دروم رد تایضایر خیرات باتک رد [12]

ان تی عطاق لیلد هب .تسا یرشب نهذ تا عادبا نیرتمهم زا یکی اه عومجم دیدج یضایر هی رطن نآ زا یشان تابثا زاتم یاهشور یخرب لیلد هب و دوشیم تفای نآ رد هک ییاه هدی زا یخرب لومعم رایسب تیمها هی رطن نیامه زا رتالاب یلو تساهتفای یریذپان فصو تیباذج اه عومجم هی رطن هنیمز زا رایسب میمعت و عیسوت ،حوضو ،انغرد هی رطن نیاب .دراد تایضایر مامت رد آب یرقت یدایر .تسا یساسا الماک تایضایر ینابم هعلاطم رد نآ شقن و تساهدوب رثؤم هزادنا یب تایضایر یاه یوس زا قطنم و هفسلف و وس کی زا تایضایر نیب طاب ترا یاه هقلح نینچمه اه عومجم هی رطن هب کی رطانت رد ار اهنت ناوتب رگا طقف و رگا دنیوگ زرا مه ار عومجم ود .دهد یم لیکشت ار رگی

داد رارق كې.

یەانتەم یاهەعومجەم یلصا دادعا. دنتسە یلصا ددع کی یاراد دنیوگ یم دنشاب زرا مەعومجەم ود یتقو ینیفسنارت دادعا ەب یەانتەمان یاهەعومجەم یلصا دادعا. درک صخشم یعیبب دادعا اب ناوتیم ار زا ەک ەجوت لباق ەلاقم یرس کێ رد روتناک گروئگ طسوت راب نیلوا دادعا نیا ەیرظن و دنا فورعەم ەلجەم و نلانا ەشی تامتام یناملا یاهەلجەم رد تالاقم نیا بلغا. تفاع طسب دش زاغ ۱۸۷۴ لاس ەتفریذپ ار تیاەنێب کێ طقف نانادیضایر، روتناک ەللاطم زا لباق. دندیسر پاچ ەب تایضایر ددع نداد ناشن یارب زیامت نودب تمالع نیا و دش یم ەداد ناشن ەب ەیبش یتمالع اب ەک دندوب ەتفرگ راک ەب یقیقح دادعا ەیلک ەعومجەم یعیبب دادعا ەیلک ەعومجەم ریظن ییاهەعومجەم رد اضعا ەب ەتیاەنێب یارب یباسح و سایقم و دیدرگ حرطم یدیج الماک ەاگدید روتناک راک اب دشیم ەدم آتسد.

یسررب تحت یاهەعومجەم ەک یدروم رد، دندراد یدحاو یلصا ددع زرا مە یاهەعومجەم ەک یساسا لصا نیا رد رتشیپ ەلیلاگ. دروا یم شییپروآ تفگش و بلاج یاهتییعضو دنشاب یەانتەمان یاهەعومجەم ارتبثم حیحص دادعا ەیلک ەعومجەم،  $n$  رطانت کەم ەب، ەک دوب ەدش ەجوتەم مەدزنانش نرق مود ەمینی ەب دیاب ورنیا زا داد رارق جوز و تبتثم حیحص دادعا ەیلک ەعومجەم اب کێ ەب کێ رطانت کێ رد ناوتیم دادعا دادعت ەک تفگ دیاب رظن ەطقن نیا زا، و داد صاصتخا یدحاو یلصا ددع ەعومجەم ود نیا زا کی رە لصا ەک درک ەدەاشم ناوتیم گن رد یب تسا جوز تبتثم حیحص دادعا دادعت ربارب تبتثم حیحص یاهەعومجەم یلصا دادعا ەک یعقوم رد تسا ەزج زا رتگربزب لک ەکنیا رب ینبم یسیدیلقا عوضوم یەانتەمان ەعومجەم کێ، ۱۸۸۸ دودح رد دنیکی رد عقاو رد. دشاب زیاج دنناوتیم دننا ثحب دروم یەانتەمان دشاب زرا مە شدوخ یقیقح ەعومجەم ریز کی اب ەک درک فیرت یا ەعومجەم ار

فرح اب ار یلصا ددع نیا روتناک)، داد میەواخ ناشن  $d$  اب ار یعیبب دادعا ەیلک ەعومجەم یلصا ددع ام میەواخ **ارامش** ار یلصا ددع نیا اب یا ەعومجەم رە و (پ. داد ناشن ینعی رفص سیدنا اب فلا یربع ەب ناوتب ار نا یاضعا رگا طقف و رگا تسا رامش ەک دننام یا ەعومجەم ەک دوشیم ەجیتن دیمان ەعومجەم رە ەک داد ناشن ناوتیم یناسا ەب نوچ. تشون ( $S_1, S_2, S_3, \dots$ ) نایاپ یب ەلابند تروص. تسا ینیفسنارت ددع «نیرتکچوک»  $d$  ەک دوشیم ەجیتن، دراد ییارامش ەعومجەم ریز یەانتەمان رد ەک ار مەم ەعومجەم ود ندوب ارامش، ەه ەعومجەم ەیرظن ەرابرد دوخ یاهەلاقم نیلوا زا یکی رد روتناک. درک تابثا، دندسریم رظن ەب تیصاخ نیا دحاو تەمحز ەب لوا ەاگن.

تسا نیا روظنم. دراد ار ندوب **لاگج** مەم تیصاخ ەعومجەم نیا. تسا ایوگ دادعا ەعومجەم، ەعومجەم نیلوا. دراد دوجو - رگیدی ایوگ ددع تیاەنێب تقیقح رد- یرگیدی ایوگ ددع زیامت یایوگ ددع و رە نیب ەک

یایوگ دادعا ۱ و ۰ نیب آلثم

$$1/2, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, \dots, n/(n+1)$$

یایوگ دادعا ۱ و ۰ نیب، دندراد رارق

$$1/3, 2/5, 3/7, 4/9, 5/11, \dots, n/(2n+1)$$

.... دندراد رارق

ایوگ دادعا ەعومجەم ینیفسنا رت ددع ەک دیآ دوجو ەب روصت نیا تسا نکمم تیصاخ نیا بجوم ەب دنیوگ  $B$  دننام یا ەعومجەم یلصا ددع زا رتگربزب ار  $A$  دننام یا ەعومجەم یلصا ددع). تسا  $d$  زا رتگربزب مە  $B$  یقیقح ەعومجەم ریزچە اب  $A$  یلو، دشاب زرا مە  $A$  یقیقح ەعومجەم ریز کێ اب  $B$  رگا طقف و رگا نا تابثا تسا رامش ایوگ دادعا ەعومجەم، سکعرب و تسین نیچ ەک داد ناشن روتناک (پ. دشابن زرا

تسا ریز تروص هب و بللاج

تسارامش ایوگ دادعا هعومجم ۱: هیضق

...

زا رتعیسو رایسب آره اط هک تسا یدادعا هعومجم ، دش هعلاطم روتناک طسوت هک یا هعومجم نیمود  
...تسایوگ دادعا هعومجم

تسا رامش یربج دادعا هیلک هعومجم ۲ هیضق

دنتسه ار امش یهانتمان یاه هعومجم همه هک دنامیم یقاب ناکما نی لباق هیضق ود هب هجوت اب  
دش هداد ناشن ریز مهم هیضق رد یروآ باجعا ناهرب اب روتناک طسوت نآ فالخ

تسارامشان  $0 < x < 1$  هراب رد یقیقح دادعا هیلک هعومجم ۳ هیضق

دروم ار روتناک ندرک یرطق دنیارف هب موسوم یلومعمان شور و تسا فلخ ناهرب هب تابثا  
دادعا ناوتیم ضرف نیاب .تسا رامش هعومجم هک مینکیم ضرف تروص نیاردهدیم رارق هدافتسا  
روط هب ناوتیم ار دادعا نیازا کی ره .درک تسرهف  $\{p_1, p_2, p_3, \dots\}$  دننام یا هلابند رد ار هعومجم  
دیفم بلطم نیاروآدای هطبار نیاردهدیم ؛ تشون موتخمان یراشعا رسک کی تروص هب یدرفب رصحنم  
هب ناوتیم ار 0.3 دننام یددع الثم ؛ تشون ررکم یراشعا» تروص هب ناوتیم ار ایوگ ددع ره هک تسا  
میهدشیامن ریز هیارآ اب ار هلابند میناوتیم تروص نیاردهدیم .تشون  $0.299999\dots$  تروص

$$1=0.a_{11} a_{12} a_{13}\dots$$

$$2=0.a_{21} a_{22} a_{23}\dots$$

$$3=0.a_{31} a_{32} a_{33}\dots$$

تسرهف رد هک یتقد مغریلعل لاج .تسا ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ ماقرا زا یکی فرعم هب  $a_{ij}$  نآ رد هک  
دوش دراو تسرهف رد هتسناوت یمن هک دراد دوجو یددع تسا هتفر راک هب ۱ و ۰ نیب دادعا هیلک ندرک  
هب  $a_{kk}$  رگا  $3=b_k$  و  $7=a_{kk}$  هک یتروص رد  $7=b_k$  الثم ، نآ رد هک تسا  $0.b_1 b_2 b_3\dots$  یددع نینچ  
ایازا  $1,2,\dots,n,\dots=k$  ره یازا

مقرر رد لقادح  $P_1$  اب اریز ، دشاب توافتم  $p$  دادعا زا کی ره اب دیاب و دراد رارق ۱ و ۰ نیب اراکش آددع نی  
موس یراشعا مقرر رد لقادح  $P_3$  اب ، دراد توافتم مود یراشعا مقرر رد لقادح  $P_2$  اب ، دراد توافتم لوا یراشعا  
رد ناوتیم ار ۱ و ۰ نیب یقیقح دادعا همه هک نیزاغآ ضرف بیترت نیدب .رخآ یلا و ، دراد توافتم  
دشاب ارامشان دیاب هعومجم نیاذلو ، تسین لوبق لباق ، درک تسرهف یا هلابند

تفرگ هجیتن ۳ و ۲ یایاضق زا ار ریز مهم هیضق روتناک

دندوجوم یلاعتم دادعا ۴ هیضق

هک داد ناشن ناوتیم یناسآ هب ، تسارامشان ۱ و ۰ نیب یقیقح دادعا هعومجم ۳ هیضق رب انب نوچ  
هجیتن .تسا رامش یربج دادعا هعومجم ۲ هیضق رب انب اما .تسا رامش ان زین طلختم دادعا هعومجم  
دوش یم تابثا هیضق و دنشاب هتشاد دوجو دنتسین یربج هک طلختم دادعا دیاب هک دوشیم  
ریغ ای ندوب لوبق لباق .تسین لوبق لباق نانادیضایر همه یارب ۴ هیضق یارب قوف ناهرب  
دوجو ینانادیضایر و تسا یضایر دوجو یگنوگچ زا ام روصت هب طوبرم ناهرب نیاندوب لوبق لباق  
دروم ناشدوجو هک ییاهزیچ زا یکی هک دوشیم تابثا یعیقوم طقف یضایر دوجو اهنآ معز هب هک دنراد  
هنومن داجی اب ار یلاعتم دادعا دوجو الاب ناهرب یلو .دوش هداد ناشن و هتخاس الممع تسا ثحب



نواوارف ین تخاس ریغ عون نیازا یدوجو یاهناهرب تایضایر رد .دنک یم تباث دادعا نینچ زا یصخش تباث ،دوشیم ضقانت هب رجنم دوجو مدع صرف هکنیا نداد ناشن اب اهنت اضر ف ،دوجو اهنآ رد هک دن هب .دنا هدش یدنب لومرف یساسا نینچ رب ربح یساسا هیضق نیهارب زا یرایسب الثم . ددرگیم نیشناج فرص یدایز شالت ،ین تخاس ریغ یدوجو یاهناهرب زانانادیضایر یخرب یدونشخان لیلد .دنه دیم ار ثحب دروم یاهزیچ زا یکی آلمع هک تساهدش ییاهناهرب اب اهناهرب نیادرک

ود .دنا توافتم الماک بلطم ود تسایلاعتم یصاخ ددع هک تباثا نیایلاعتم دادعا دوجو تباثا متیراگل هیآپ ،e ددع هک درک تباث ،۱۸۷۳ لاس رد تیمرا ،تسایراو شد رایسب هلئسم بلغایم .درک تباثا رندوب یلاعتم راب نیلوا یارب ،۱۸۸۲ لاس رد ، نامدنیل .تسایلاعتم یعیبط ندرک صخشیم یراوشد .دراد دوجو یثارو دحم باتک نیار د بلج قیاقح نیای تباثا یارب هنافساتم مولعم زونه هک درک نشور تقیقح نیای اب ناوت یم اریصاخ ضر فم ددع ندوب یلاعتم ای ندوب یربح ندوب یلاعتم تیهام تباثا هنیمز نیار د یدیدج درواتسد . تسایلاعتم ای یربح هک تسین نیادشابیم یربح یایوگ انددع b و تسای و ۱ و ۰ زج یربح یددع a نآ رد هک تسای لکش هب یدادعا هزورما و هدمآ تسد هب (۱۹۰۶ دلوتم) دنو فلگ چیوو پیس و اردناسکل طسوت ۱۹۳۴ لاس رد هک هجیتن هب ندوب یلاعتم تباثا یارب یالاس ۳۰ آب یرقت ششوکل صاخ دوشیم هدیمان دنو فلگ هیضق .تساهدوب 2 ، تربلیه ددع حالطصا

زارتگرزب هعومجم نیاینیفسنار تددع ،تسارامشان  $0 < x < 1$  هزاب رد یقیقح دادعا همه هعومجم نوچ نیارب یلک هدیقع .مینک یم قالطا **هلصتم یلصا ددع** ار نآ و میهدیم ناشن c اب ار نآ ام .تسای d ییلصا ددع یاراد هک تسین یاهعومجم چیه هکنیا ینعی ،تسای d زا دعب ینیفسنارت ددع c هک تسای مخر یلع یلو تسای موسوم هلصتم صرف هب داقتعای .دشاب c زارتکچوک و d زارتگرزب هدش جاتنتسا صرف نیازا یدایز جیاتن .تساهدشن ادیپ نآ یارب یناهرب زونه دیدش یاهششوکل دش قفوم هتکن نیای تباثا هب (۱۹۷۸) - (۱۹۰۶) ل دوگ تروکی شیرطایقطنم ، ۱۹۴۰ لاس دودح هب و دنا هب تسایراگزاس اه هعومجم هیرطن هب طوبرم یروهشم هعوضوم لوصا هعومجم اب هلصتم صرف هک اب زین هلصتم صرف راکنا هک دز سدح لدوگ .دندشاب راگزاس هعوضوم لوصا نیادوخ هک یطرش هاگشناد زانهوک ج .لپ رتکد ۱۹۶۳ لاس رد ار سدح نیای .تسایراگزاس اه هعومجم هیرطن هعوضوم لوصا هعومجم هیرطن هعوضوم لوصا زا هلصتم صرف هک داد ناشن بیترت نیدب و درک تباثا دروفناتسا هبش تیعضو نیای .تسین هعوضوم لوصا نیازا جاتنتسا لباق نیارب اب و تسایلق تسم اه .تسایسدیلقا هسدنه رد یزاوت لصا تیعضو هب

فیرعت  $0 < x < 1$  هزاب رب هک  $f_1(x)$  دننام یرادقم کت عباوت هیلک هعومجم هک تساهدش هداد ناشن ای تسه c زا دعب ددع روبزم یلصا ددع ایآ هکنیا یلو دنتسه c زارتگرزب یلصا ددع یاراد ،دنا هدش ینیب شپپ ار ینیفسنارت دادعا زاییهانتمان هلابند روتناک هیرطن .تساهدشن مولعم تسین یلصا دادعا زایدودحمان دادعت هک تسای نآ نداد ناشن ناشدوصقم هک دنراد دوجو ینیهارب و دنکیم (۳۰۷-۳۰۲ ص ۲، ج ،تایضایر خیرات) .دندوجوم آلمع هلصتم زارتگرزب