

نآ یاه هعومجم و دادعا (فلا

نآ یاه هعومجم و دادعا (فلا

۱. یعیبط دادعا هعومجم

و دوشیم عورش کی زا هک [2] یعیبط دادعا هعومجم ردّالثم هک تسا نیا، هداس یلیخ بللطم زا» [1] دینک ادیپ یعیبط دادعا زا یزیچ دیناوتیمن رگید، هعومجم نیا زا وضع ود نیب. دوریم تیاہن نیب ات و تساهس، ود زا دعب. یچیہ؟ تسایددع هچ، هس و ود نیب، تسایعیبط دادعا اب ناتراک و رسی تقو، تساتروص نیا هب حیحص دادعا مامت. یفنم و تبثم حیحص دادعا نینچمه. تسین یزیچ اہنآ نیب، تسین یرگید وضع، هعومجم کی زا وضع ود نیب ینعی.

۲. ایوگ دادعا هعومجم

رکف نآ هب مدآ ی تقو؛ تسایروآباجعا و مهم رایسب ریبعت، میوریم [3] ایوگ دادعا غارس ی تقو اما ددع ود نیب تبسن زا هک یددع نآ ینعی؟ تسیچ ایوگ دادعا هعومجم. دریگیم شتہبّاعقاو دنکیم هس، موس و د. فصن ینعی؛ مود کی میوگیم اما، میتشادن یددع، ود و کی نیب نآلا. دوشیم لصاح دادعا اہنیا. دینکیم ادیپ ددع دیراد هس و ود نیب؛ موس کی و ود، دوب هک یاہلصاف نیمہ ینعی. مراہچ دنتسہ ایوگ و قطنّم هک یدادعا. دنوشیم یبسن

ہدرشف؛ ایوگ دادعا هعومجم

نیا. [4] تساہدرشف ایوگ دادعا هعومجم: دنیوگیم اہنادیضایر هک تسا نیا بیرغ و بیجع زیچ نیب اہنت ہن، دینک ادیپ اچک رہ رد ایوگ ددع ود رہ ینعی ہدرشف. تسا مهم یلیخ؟ ہچ ینعی ہدرشف آلثم ایوگ ددع ود رگا. تسایلیخ؛ تسایوگ ددع تیاہن نیب ہرابود هکلب، تسین ددع کی طقف اہنآ دیسرب ییاج ہب و دیورب ولج تیاہن نیب، دینک کی دزن مہ ہب مادم اہرسک اب ار موس کی اب مود کی ار شرکف ی تقو. تسایوگ ددع تیاہن نیب، ایوگ ددع ود نآ نیب زاب، تسا تخس شروصت هک نامہ زا وضع تیاہن نیب، وضع ود رہ نیب ہرابود ینعی. تسایروآتہب رما کی یگدرشف نیا، دینکیم تساہداس شکرد نیا. دنیوگیم یگدرشف، نیا ہب؛ تسہ هعومجم

ارامش؛ ایوگ دادعا هعومجم

یضایریاضف رد هک یناہرب اب - تسا نیا، تساروآتہب و دوب متسیب نرق دروآہر هک ہچ نآ اما ہچ ہب ارامش. [5] تسارامش، تساہدرشف هک ایوگ دادعا یاههعومجم نیا: دنیوگیم هک - ہدش تہاث اب، تیاہن نیب یقوق رطن زا. یعیبط دادعا هعومجم اب دراد [6] کی ہب کی رطانت ینعی؟ تسانعم تسارفصّ فلا شید رہ، [8] ینیفسنارت دادعا حالطصا ہب. [7] تسایکی یعیبط دادعا

یعنی بطن دد، هدا س نایب هب . تسا کی و لوا دادعا ، بکرم دادعا لم اش دادعا نی . تسا {۱'۲'۳ و ...} ینعی دد لاثم یارب ، دنوشیم هدا فتسا یعی بطن رضانع ندرمش یارب و دراد دوجو تعی بطن رد هک تسا یددع (ایدپ یکی و تیاس). دن تسین یعی بطن دادعا هعومجم رد و دنرادن دوجو تعی بطن رد یفنم دادعا ای رفص

هک تسا یددع ، **تایضایر** ملع رد (Rational number : **سیلگنا** هب) یرسک ددع ای ایوگ ددع [3]

جرخم q و رسک تروص p هک یروط هب (p و q) **حیحص ددع** ود زا (p / q) ای **رسک** تروص هب دن اوتیم رب حیحص ددع میسقت زا هک دن تسه یی اهرسک ایوگ دادعا ، رگید ترابع هب . دوش نایب (. دشاب رسک ؛ دشاب کی ددع اب ربارب دن اوتیم q هک ییاجنآ زا . دشاب هدمآ دیدپ (رفص زج هب) رگید حیحص ددع . دن تسه زین ایوگ ددع ، یباسح و یعی بطن ، حیحص دادعا یمامت سپ

ایوگ دادعا یضایر دامن

یادتبا زا **ونائپ هپزوج** باختنا هب هک دنوشیم هداد شیامن Q فرح ابّالومعم ایوگ دادعا **هعومجم** تساهدش ذخا ، **تمس قجراخ** یانعم هب ، **quoziente** ییایلاتی اّم لک

فی رعت

هت شاد یعی بطن ددع کی ام رگا ؛ درک فی رعت تروص نیدب ار ایوگ دادعا هعومجم ناوتیم یلک روطه ب x مه (هک یطرش هب ای) هک یروط هب ؛ مینک میسقت (y الثم) یرگید رب (x الثم) ار نآ و می شاب هاگنآ ؛ دشابن رفص اب ربارب (جرخم) y و ؛ دشاب (Z) حیحص دادعا هعومجم وضع (جرخم) y مه و (تروص) . دوب ده اوخ ایوگ یددع (رظن دروم رسک) y هب x تبسن

ود ره نیب هک تسا نی روطنم . دراد ار ندوب **لاگچ** مهم تیصاخ [ایوگ دادعا هعومجم] هعومجم نی [4] و ۰ نیبّالثم . دراد دوجو - رگید ایوگ ددع تیاهن یب تقیقح رد یرگید ایوگ ددع زیامت ییوگ ددع ایوگ دادعا ۱

$$1/2 . 2/3 . 3/4 . 4/5 . 5/6 n/(n+1)$$

ایوگ دادعا ۰ و نیب ، دنراد رارق

$$1/3 . 2/5 . 3/7 . 4/9 . 5/11 n/(2n+1)$$

(۳۰۳-۳۰۴ ص ۲، ج ، تایضایر خیرات) . دنراد رارق

اب نآ زا کی هب کی یرطانت ناوتب ای دشاب یهانتم ای رگا تسارامش هعومجم کی ، تایضایر رد [5] . درک داجیا یعی بطن دادعا هعومجم

ینعی ؛ دشاب هت شاد دوجو یعی بطن دادعا هب نآ زا کی هب کی یعبات رگا تسارامش هعومجم کی ،ّال داعم ار هعومجم نآ یاضعا هک نی ای ، دوش طبترم یصاصتخا و یعی بطن یددع هب دیاب هعومجم نآ زا یوضع ره دیابن هاگچی ه شرامش نی ، یهانتمان یاضعا دادعت تلح هب هک نی اب ، درمش یکی یکی ناوتب . دبای نایاپ

دادعت) نآ یلصا ددع رگا تسارامش هعومجم کی ، ارامش باختنا لصا صرف اب ، رت یا هفرح نایب هب هک یی ارامش هعومجم هب . دشابن رتشیب یعی بطن دادعا هعومجم هب تبسن (هعومجم نآ یاضعا

دنیوگیم یهانتمان یارامش دشابن یهانت م

ینعی، درک تابثا ار ارامشان یاه عومجم دوجو هک یسک، تسا روتناک جرح هب بستنم موهفم نیا یقیقح دادعا عومجم^۱ الثم؛ دشابن ارامش هک ییاه عومجم

فی رعت

هتیلانی دراک اب نآ لانیدراک ددع ای تسا یهانت م ای هک، دنمانیم (شرامش لباق) ارامش ار یاه عومجم ارامشان^۲ عومجم، تسین ریذپشرامش هک یاه عومجم هب، تسا یکی تبثم و حیحص دادعا^۳ عومجم ریذپشرامش S یهانت مان^۴ عومجم کی هک یم اگنه هب، دوشیم هتفگ (شرامش لباق ریغ^۵ عومجم) (ای دپ یکی و تیاس). دوشیم هداد ناشن ؟ 0 اب نآ لانیدراک ددع، تسا

، ارامش، یهانت مان، یهانت م یاه عومجم هحفص، قطنم هب دمآرد تیاس هب نینچمه هنیمرز نیا رد هعجارم ارامشان و ارامش، یهانت مان، یهانت م یاه عومجم هلاقم، یضایر دشر هلجم و ارامشان دییامرف.

one-to-one: یسیلگنا هب) (کی هب کی رطانت ای) هیوسود رطانت کی تایضایر رد [6] ره هک نیا طرش هب دوشیم هتفگ عومجم ود یاضعا نایم یعبات هب (bijection ای correspondence چه یاه عومجم زا مادکچه رد، دشاب هدش تفج رگیدی عومجم زا وضع کی آقیقد اب عومجم ره زا وضع درادن دوجو ی تفج نودب وضع

عومجم ود نیا رگا، تسا X هب Y زا نوراو عبات کی یاراد Y عومجم هب X عومجم زا ییوسود عبات ره دادعت هک تسا نیا^۶ هدنه دناشن اهنآ یاضعا نایم کی هب کی رطانت دوجو تروص نیا رد دشاب یهانت م ندمآ دوجو هب ثعاب اهرطانت نیا یهانت مان یاه عومجم دروم رد، تسا ربارب عومجم ود نیا یاضعا دن تسه توافقتم یاهت یاهن یسرب یارب یشور هک دندش لانیدراک دادعا موهفم

، دراد مان تشگیاج عومجم نآ دوخ هب عومجم کی زا ییوسود عبات ره

فی راعت: لاثم ناونع هب، دنتسه یروض یرازبا یضایر ثحابم زا یرایسب یارب ییوسود عباوت یخیرناسمه و یخی رکی

فی رعت

دشاب رارقرب ریز طرش راهج دیاب دشاب ییوسود Y عومجم هب و X عومجم زا f عبات هک نیا یارب

، دشاب هدش تفج Y عومجم وضع کی لقادح اب دیاب X عومجم وضع ره

، دشاب هدش تفج Y وضع کی زا شیب اب دیابن X وضع چه

و دشاب هدش تفج X عومجم وضع کی لقادح اب دیاب Y عومجم وضع ره

، دشاب هدش تفج X وضع کی زا شیب اب دیابن Y وضع چه

تروص هب یهاگ ود و کی یاه طرش، تسا X یهانت مان اب یعبات f هک دننکیم نیمضت ود و کی یاه طرش دوش تفج Y عومجم زا وضع کی اب آقیقد X عومجم وضع ره دیاب: دوشیم هتشون مه طرش کی عباوت فی رعت مه همراه طرش، دنراد مان اشوپ عباوت دنتسه اراد ار موس طرش هک یعباوت

و رگا تسایوسود عبات کی هک تفرگ هجیتن ناوتیم ترابع نیاهب هجوت اب .تسا کیهبکی
اشوپ مه دشاب کیهبکی مه رگا طقف

لاثم

نازومآشناد همه دنکیم هدهاشم و دنیشنب اهیلدنص یور دیوگیم نازومآشناد هب سالک رد ملعم
ربارب اهیلدنص و نازومآشناد دادعت دریگیم هجیتن و دنتسه رپ اهیلدنص مامت و دناهتسشن
اب زومآشناد ره ندرک تفج اب هک تفرگ هجیتن ناوتیم فیرعت طرش ۴ یسررب اب .تسا
درک داجیا اهیلدنص و نازومآشناد نایم کیهبکی رطانت ناوتیم شیلدنص

- ،(تسین اپرس مادکچه) دناهتسشن نازومآشناد مامت
- .تسا هتسشنن یلدنص کی زا شیب یور یزومآشناد چه
- و دنتسه رپ اهیلدنص مامت
- .تسا هتسشنن رفن کی زا شیب یلدنص چه یور

و نازومآشناد دادعت هجیتن رد و تسا رارقرب کیهبکی رطانت اهیلدنص و نازومآشناد نایم سپ
تسا ربارب اهیلدنص

نکیزاب ۱۱ رگا .تسا یزاب نیمز رد اناهآ هاگیاج و (رگید شزروه ای) لابتوف نانکیزاب رگید لاثم
هب رطانت شهآگیاج اب نکیزاب ره ندرک تفج اب میریگب رطن رد میت بیگرت رد هاگیاج ۱۱ و
(ایدپ یکیو تیاس).دنوشیم هدروآرب قوف طرش ۴ نوچ .دیآیم تسد

زا وضع ره یازا هب و B زا وضع کی A زا وضع ره یازا هب و دنشاب هعومجم و B و A رگا :کیهبکی رطانت
A?B. میسیونیم و دنراد کیهبکی رطانت B و A میریوگیم ،دشاب هتشاد دوج و A زا وضع کی B

حضاو تروص نیارد ، $B = \{a,b,c,d,f\}$ و $A = \{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$:مینک ضربف رگا ،لاثم یارب
دینکیم هطحالم ریز لکش هب ار کیهبکی رطانت نیارد $A=B$:هک تسا

A:	۱	۲	۳	۴	۵	۶
	↕	↕	↕	↕	↕	↕
B:	a	b	c	d	e	f

یتیدودجم چه B و A هعومجم و دنیب کیهبکی رطانت موهفم ،ددرک تقد فیرعت رد هک روطنام
هب ،میربب راکهب تقد هب ار موهفم نیارد رگا و دنکیم ن داجیا هعومجم و دنیب ندوب یهانتمان یارب
چوزیعیبط یاهدع هعومجم و یعیبط یاهدع هعومجم هک داد ناشن ناوتیم ریز تروص هب و یگداس
N?۲N :ینعی ؛دنراد کیهبکی رطانت

N:	۱	۲	۳	۴	۵	۶
	↕	↕	↕	↕	↕	↕
۲N:	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲

(ارامشان و ارامش ،یهانتمان ،یهانت م یاههعومجم هلاقم ،یضایر دشر هلجم)

X: f کی هب کی رطانت کی رگا اهنت و رگا تسا ربارب Y و X یهانت م عومجم ود یاهرصنع دادعت [7] هک یتلاح یارب ار اهرصنع دادعت یواسن ترابع هک دنچره .دشاب هتشاد دوج و Y و X نیب Y مینک رکف دشاب یعیبط دسریم رطن هب ،میری یم راک هب دنتسه یهانتمان Y و X یاههعومجم ود ار کاردا نیام .دنتسه هزادنا کی یاراد ،دنتسه کی هب کی رطانت رد هک یهانتمان عومجم ود مینکیم نیب ریز تروصه:

کی Y و X نیب هاگره ،دربیم راک هب نآ یارب ار Y X دامن و دنیوگی م ناوتمه ار Y و X عومجم ود (۱۲۲ ص ،نآ یاهدرب راک و یاههعومجم یرطن) .دشاب هتشاد دوج و Y X: f کی هب کی رطانت

آموزل و دنا یهانت م دادعا مامت زا رتگزب اهنت هک انعم نیدب ،دنا یهانتمان یدادعا یهانتمارت دادعا [8] وا .دش عادبا روتناک جروج طسوت (transfinite) یهانتمارت ترابع .دنتسین قلطم یهانتمان رب لکش نیدب ات ،دشاب هدرک تیهانیب هملک هب ینمض یاهراشا هملک نیاب هک تساوخی م هملک نیاب هب تبسن رضاعم ناگدنسیون زا یخرب لاح نیاب .دشاب هدرک هراشا ناشندوبن یهانت م تیهانیب یاهلانیدروا و اهلانیدراک یارب «تیهانیب» هملک ندرب راک هب نونکا ؛دنتسه ددرم (ایدپ یکیو تیاس).دوشیم هدرک راک هب زونه زین یهانتمارت هملک لاح نیاب .تساهدش هتفریذپ)

سرد هسلج رد رضاح ناتسود زا یکی لاؤس [9]

دع: (۱) تیهال میهافم نییبت رد یضایر میهافم درب راک» یروآدرگ هلاقم هب هنیمز نیاب رد [10] دی.امرف هعجارم هیکدف تیاس رد یپ ددع هحفص و «یپ

یغونصم شوه هقف مهذرای هسلج [11]

میناوخی م نینچنایا ینیفسنارت دادعا دروم رد تایشایر خیرات باتک رد [12]

ان تیعطاق لیلد هب .تسا یرشب نهذ تا عادبا نیرتمه م زا یکی اه عومجم دیج یضایر هی رطن نآ زایشان تابثا زاتمم یاهشور یخرب لیلد هب و دوشیم تفای نآ رد هک ییاه هدی زا یخرب لومعم رایسب تیمها هی رطن نیامه زا رتالاب یلو تساهتفای یریذپان فصو تیبانج اه عومجم هی رطن هنیمز زا رایسب میمعت و عیسوت ،حوضو ،انغرد هی رطن نیاب .دراد تایشایر مامت رد آب یرقت یدایز .تسا یساسا الماک تایشایر ینابم هعلاطم رد نآ شقن و تساهدوب رثؤم هزادنا یب تایشایر یاه یوس زا قطنم و هفسلف و وس کی زا تایشایر نیب طاب ترا یاه هقلح نینچمه اه عومجم هی رطن هب کی رطانت رد ار اهنت ناوتب رگا طقف و رگا دنیوگ زرا مه ار عومجم ود .دهد یم لیکشت ار رگی

داد رارق كې.

یەانتەم یاهەعومجەم یلصا دادعا. دنتسە یلصا ددع کی یاراد دنیوگ یم دنشاب زرا مەعومجەم ود یتقو ینیفسنارت دادعا ەب یەانتەمان یاهەعومجەم یلصا دادعا. درک صخشم یعیبب دادعا اب ناوتیم ار زا ەک ەجوت لباق ەلاقم یرس کێ رد روتناک گروئگ طسوت راب نیلوا دادعا نیا ەیرظن و دنا فورعەم ەلجەم و نلانا ەشی تامتام یناملا یاهەلجەم رد تالاقم نیا بلغا. تفاع طسب دش زاغ ۱۸۷۴ لاس ەتفریذپ ار تیاەنێب کێ طقف نانادیضایر، روتناک ەللاطم زا لباق. دندیسر پاچ ەب تایضایر ددع نداد ناشن یارب زیامت نودب تمالع نیا و دش یم ەداد ناشن ەب ەیبش یتمالع اب ەک دندوب ەتفرگ راک ەب یقیقح دادعا ەیلک ەعومجەم و یعیبب دادعا ەیلک ەعومجەم ریظن ییاهەعومجەم رد اضعا ەب ەتیاەنێب یارب یباسح و سایقم و دیدرگ حرطم یدیج الماک ەاگدید روتناک راک اب دشیم ەدم آتسد.

یسررب تحت یاهەعومجەم ەک یدروم رد، دندراد یدحاو یلصا ددع زرا مە یاهەعومجەم ەک یساسا لصا نیا رد رتشیپ ەلیلاگ. دروا یم شییپروا تفگش و بلاج یاهەتییعضو دنشاب یەانتەمان یاهەعومجەم ارتبثم حیحص دادعا ەیلک ەعومجەم، n رطانت کەم ەب، ەک دوب ەدش ەجوتەم مەدزنانش نرق مود ەمینی ەب دیاب ورنیا زا داد رارق جوز و تبتثم حیحص دادعا ەیلک ەعومجەم اب کێ ەب کێ رطانت کێ رد ناوتیم دادعا دادعت ەک تفگ دیاب رظن ەطقن نیا زا، و داد صاصتخا یدحاو یلصا ددع ەعومجەم ود نیا زا کی رە لصا ەک درک ەدەاشم ناوتیم گن رد یب تسا جوز تبتثم حیحص دادعا دادعت ربارب تبتثم حیحص یاهەعومجەم یلصا دادعا ەک یعقوم رد تسا ەزج زا رتگربزب لک ەکنیا رب ینبم یسیدیلقا عوضوم یەانتەمان ەعومجەم کێ، ۱۸۸۸ دودح رد دنیکی رد عقاو رد. دشاب زیاج دنناوتیم دننا ثحب دروم یەانتەمان. دشاب زرا مە شدوخ یقیقح ەعومجەم ریز کی اب ەک درک فیرت یا ەعومجەم ار.

فرح اب ار یلصا ددع نیا روتناک)، داد میەواخ ناشن d اب ار یعیبب دادعا ەیلک ەعومجەم یلصا ددع ام میەواخ **ارامش** ار یلصا ددع نیا اب یا ەعومجەم رە و (پ. داد ناشن ینعی رفص سیدنا اب فلا یربع ەب ناوتب ار نا یاضعا رگا طقف و رگا تسا رامش ەک دننام یا ەعومجەم ەک دوشیم ەجیتن دیمان ەعومجەم رە ەک داد ناشن ناوتیم یناسا ەب نوچ. تشون (S_1, S_2, S_3, \dots) نایاپ یب ەلابند تروص. تسا ینیفسنارت ددع «نیرتکچوک» d ەک دوشیم ەجیتن، دراد ییارامش ەعومجەم ریز یەانتەمان رد ەک ار مەم ەعومجەم ود ندوب ارامش، ەه ەعومجەم ەیرظن ەرابرد دوخ یاهەلاقم نیلوا زا یکی رد روتناک. درک تابثا، دنسریم رظن ەب تیصاخ نیا دحاو تمحز ەب لوا ەاگن.

تسا نیا روظنم. دراد ار ندوب **لاگج** مەم تیصاخ ەعومجەم نیا. تسا ایوگ دادعا ەعومجەم، ەعومجەم نیلوا. دراد دوجو - رگیدی ایوگ ددع تیاەنێب تقیقح رد- یرگیدی ایوگ ددع زیامت یایوگ ددع و رە نیب ەک.

یایوگ دادعا ۱ و ۰ نیب آلثم

$$1/2, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, \dots, n/(n+1)$$

یایوگ دادعا ۱ و ۰ نیب، دندراد رارق

$$1/3, 2/5, 3/7, 4/9, 5/11, \dots, n/(2n+1)$$

.... دندراد رارق

ایوگ دادعا ەعومجەم ینیفسنا رت ددع ەک دی آدوجو ەب روصت نیا تسا نکمم تیصاخ نیا بجوم ەب دنیوگ B دننام یا ەعومجەم یلصا ددع زا رتگربزب ار A دننام یا ەعومجەم یلصا ددع). تسا d زا رتگربزب مە B یقیقح ەعومجەم ریزچەه اب A یلو، دشاب زرا مە A یقیقح ەعومجەم ریز کێ اب B رگا طقف و رگا نا تابثا تسا رامش ایوگ دادعا ەعومجەم، سکعرب و تسین نیچ ەک داد ناشن روتناک (پ. دشابن زرا

تسا ریز تروص هب و بللاج

تسارامش ایوگ دادعا هعومجم ۱: هیضق

...

زا رتعیسو رایسب آره اط هک تسا یدادعا هعومجم ، دش هعلاطم روتناک طسوت هک یا هعومجم نیمود
...تسایوگ دادعا هعومجم

تسا رامش یربج دادعا هیلک هعومجم ۲ هیضق

دنتسه ار امش یهانتمان یاه هعومجم همه هک دنامیم یقاب ناکما نی لباق هیضق ود هب هجوت اب
دش هداد ناشن ریز مهم هیضق رد یروآ باجعا ناهرب اب روتناک طسوت نآ فالخ

تسارامشان $0 < x < 1$ هزاب رد یقیقح دادعا هیلک هعومجم ۳ هیضق

دروم ار روتناک ندرک یرطق دنیارف هب موسوم یلومعمان شور و تسا فلخ ناهرب هب تابثا
دادعا ناوتیم ضرف نیاب .تسا رامش هعومجم هک مینکیم ضرف تروص نیاردهد یم رارق هدافتسا
روط هب ناوتیم ار دادعا نیازا کی ره .درک تسرهف $\{p_1, p_2, p_3, \dots\}$ دننام یا هلابند رد ار هعومجم
دیفم بلطم نیاروآدای هطبار نیاردهد ؛ تشون موتخمان یراشعا رسک کی تروص هب یدرفب رصحنم
هب ناوتیم ار 0.3 دننام یددع الثم ؛ تشون ررکم یراشعا» تروص هب ناوتیم ار ایوگ ددع ره هک تسا
میهدشیامن ریز هیارآ اب ار هلابند میناوتیم تروص نیاردهد .تشون $0.299999\dots$ تروص

$$1=0.a_{11} a_{12} a_{13}\dots$$

$$2=0.a_{21} a_{22} a_{23}\dots$$

$$3=0.a_{31} a_{32} a_{33}\dots$$

تسرهف رد هک یتقد مغریلعل لاج .تسا ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ ماقرا زا یکی فرعم هب a_{ij} نآ رد هک
دوش دراو تسرهف رد هتسناوت یمن هک دراد دوجو یددع تسا هتفر راک هب ۱ و ۰ نیب دادعا هیلک ندرک
هب a_{kk} رگا $3=b_k$ و $7=a_{kk}$ هک یتروص رد $7=b_k$ الثم ، نآ رد هک تسا $0.b_1 b_2 b_3\dots$ یددع نینچ
ازا $1,2,\dots,n,\dots=k$ ره یازا

مقرر رد لقادح P_1 اب اریز ، دشاب توافتم p دادعا زا کی ره اب دیاب و دراد رارق ۱ و ۰ نیب اراکش آددع نی
موس یراشعا مقرر رد لقادح P_3 اب ، دراد توافتم مود یراشعا مقرر رد لقادح P_2 اب ، دراد توافتم لوا یراشعا
رد ناوتیم ار ۱ و ۰ نیب یقیقح دادعا همه هک نیزاغآ ضرف بیترت نیدب .رخآ یلا و ، دراد توافتم
دشاب ارامشان دیاب هعومجم نیاذلو ، تسین لوبق لباق ، درک تسرهف یا هلابند

تفرگ هجیتن ۳ و ۲ یایاضق زا ار ریز مهم هیضق روتناک

دندوجوم یلاعتم دادعا ۴ هیضق

هک داد ناشن ناوتیم یناسآ هب ، تسارامشان ۱۰ و ۱ نیب یقیقح دادعا هعومجم ۳ هیضق رب انب نوچ
هجیتن .تسا رامش یربج دادعا هعومجم ۲ هیضق رب انب اما .تسارامش ان زین طلختم دادعا هعومجم
دوش یم تابثا هیضق و دنشاب هتشاد دوجو دنتسین یربج هک طلختم دادعا دیاب هک دوشیم
ریغ ای ندوب لوبق لباق .تسین لوبق لباق نانادیضایر همه یارب ۴ هیضق یارب قوف ناهرب
دوجو ینانادیضایر و تسا یضایر دوجو یگنوگچ زا ام روصت هب طوبرم ناهرب نیاندوب لوبق لباق
دروم ناشدوجو هک ییاهزیچ زا یکی هک دوشیم تابثا یعیقوم طقف یضایر دوجو اهنآ معز هب هک دنراد
هنومن داجی اب ار یلاعتم دادعا دوجو الاب ناهرب یلو .دوش هداد ناشن و هتخاس الممع تسا ثحب

نواوارف ین تخاس ریغ عون نیازا یدوجو یاهناهرب تایضایر رد .دنک یم تباث دادعا نینچ زا یصخش تباث ،دوشیم ضقانت هب رجنم دوجو مدع صرف هکنیا نداد ناشن اب اهنت اضر ف ،دوجو اهنآ رد هک دن هب .دنا هدش یدنب لومرف یساسا نینچ رب ربح یساسا هیضق نیهارب زا یرایسب الثم . ددرگیم نیشناج فرص یدایز شالت ،ین تخاس ریغ یدوجو یاهناهرب زانانادیضایر یخرب یدونشخان لیلد .دنه دیم ار ثحب دروم یاهزیچ زا یکی آلمع هک تساهدش ییاهناهرب اب اهناهرب نیادرک

ود .دنا توافتم الماک بلطم ود تسایلاعتم یصاخ ددع هک تباثا نیایلاعتم دادعا دوجو تباثا متیراگل هیآپ ،e ددع هک درک تباث ،۱۸۷۳ لاس رد تیمرا .تسایراوشد رایسب هلئسم بلغایم درک تباث ار ندوب یلاعتم راب نیلوا یارب ،۱۸۸۲ لاس رد ، نامدنیل .تسایلاعتم یعیبط ندرک صخشیم یراوشد .دراد دوجو یثاروذجم باتک نیار د بلج قیاقح نیای تباثا یارب هنافساتم مولعم زونه هک درک نشور تقیقح نیای اب ناوت یم اریصاخ ضرورفم ددع ندوب یلاعتم ای ندوب یربح ندوب یلاعتم تیهام تباثا هنیمز نیار د یدیچ درواتسد . تسایلاعتم ای یربح هک تسین نیادشابیم یربح یایوگ انددع b و تسای و ۱ و ۰ زج یربح یددع a نآ رد هک تسای لکش هب یدادعا هزورما و هدمآ تسد هب (۱۹۰۶ دلوتم) دنو فلگ چیووپیس و اردناسکل طسوت ۱۹۳۴ لاس رد هک هجیتن هب ندوب یلاعتم تباثا یارب یاهلاس ۳۰ آب یرقت ششوکل لصاح دوشیم هدیمان دنو فلگ هیضق .تساهدوب 2 ، تربلیددع حالطصا

زارتگرزب هعومجم نیاینیفسنار تددع ،تسارامشان $0 < x < 1$ هزاب رد یقیقح دادعا همه هعومجم نوچ نیارب یلک هدیقع .مینک یم قالاطا **هلصتم یلصا ددع** ار نآ و میهدیم ناشن c اب ار نآ ام .تسای d ییلصا ددع یاراد هک تسین یاهعومجم چیه هکنیا ینعی ،تسای d زا دعب ینیفسنارت ددع c هک تسای مغریلع یلو تساموسوم هلصتم صرف هب داقتعانیا .دشاب c زارتکچوک و d زارتگرزب هدش جاتنتسا صرف نیازا یدایز جیاتن .تساهدشن ادیپ نآ یارب یناهرب زونه دیدش یاهششوکل دش قفوم هتکن نیای تباثا هب (۱۹۷۸) - (۱۹۰۶) لدوگ تروکی شیرطایقطنم ، ۱۹۴۰ لاس دودح هب و دنا هب تساراگزاس اه هعومجم هیرطن هب طوبرم یروهشم هعوضوم لوصا هعومجم اب هلصتم صرف هک اب زین هلصتم صرف راکنا هک دز سدح لدوگ .دندشاب راگزاس هعوضوم لوصا نیادوخ هک یطرش هاگشناد زانهوک ج .لپ رتکد ۱۹۶۳ لاس رد ار سدح نیای .تساراگزاس اه هعومجم هیرطن هعوضوم لوصا هعومجم هیرطن هعوضوم لوصا زا هلصتم صرف هک داد ناشن بیترت نیدب و درک تباث دروفناتسا هبش تیعضو نیای .تسین هعوضوم لوصا نیازا جاتنتسا لباق نیارب اب و تسای لقتسم اه .تسایسدیلقا هسدنه رد یزاوت لصا تیعضو هب

فیرعت $0 < x < 1$ هزاب رب هک $f_1(x)$ دننام یرادقم کت عباوت هیلک هعومجم هک تساهدش هداد ناشن ای تسه c زا دعب ددع روبزم یلصا ددع ایآ هکنیا یلو دنتسه c زارتگرزب یلصا ددع یاراد ،دنا هدش ینیب شیپ ار ینیفسنارت دادعا زاییهانتمان هلابند روتناک هیرطن .تساهدشن مولعم تسین یلصا دادعا زایدودحمان دادعت هک تسانآ نداد ناشن ناشدوصقم هک دنراد دوجو ینیهارب و دنکیم (۳۰۷-۳۰۲ ص ۲، ج ،تایضایریرات) .دندوجوم آلمع هلصتم زارتگرزب