۲۷. خلاصه الحساب (۱۳۸۸/۰۸/۲۳)

سال تحصیلی (۱۳۸۹-۱۳۸۸) - شنبه،۲۳ آبان ۱۳۸۸ عنوان: تحلیل قاعده ۱۰ ضرب

- خـلاصـه اجـمالـی
- خـلاصـه تفصیـلی

خ‌لاص‌ه اج‌مال‌ی

این جلسه به تشریح قاعده دهم ضرب برای تسهیل محاسبه حاصلضرب دو عدد نامساوی می‌پردازد که بر پایه مفاهیم نصف مجموع و نصف تفاضل بنا شده است. طبق این روش، ابتدا میانگین دو عدد را به دست آورده و آن را در خودش ضرب می‌کنند، سپس مربع نصف مابه‌التفاوت آن‌ها را از حاصل قبلی کسر می‌کنند تا نتیجه نهایی حاصل شود. استاد با ارائه مثال عددی ۲۴ در ۳۶، گام‌به‌گام مراحل این فرمول را نمایش داده و علت استفاده از اعداد مفرد را سادگی در محاسبات ذهنی عنوان می‌کنند. در بخش دوم، با استفاده از بسط عبارات جبری، اثباتی منطقی برای چرایی درستی این رابطه ریاضی ارائه می‌گردد. در نهایت، بحث به جنبه‌های نظری پیرامون اعداد اول و ساختار مجموعه‌های بینهایت گسترش می‌یابد تا اهمیت عدد دو در تقسیم‌بندی اعداد مشخص شود.

خ‌لاص‌ه تف‌ص‌ی‌لی

>

شرح قاعده

قاعده‌ی مطرح شده برای هر دو عدد نام‌سواری کاربرد دارد. مراحل اجرای این قاعده عبارتند از:

- تجمع‌هما: ابتدا دو عدد را با هم جمع می‌کنیم.
- مجذور نصف مجموع: نصف حاصل‌جمع (نصف مجتمع) را در خودش ضرب می‌کنیم.
- مجذور نصف تفاضل: تفاضل (مابه‌التفاوت) دو عدد را پیدا کرده، آن را نصف می‌کنیم و حاصل را در خودش ضرب می‌کنیم.
- اسقاط (تفریق): در نهایت، حاصل‌ضرب دوم را از حاصل‌ضرب اول کم می‌کنیم تا نتیجه‌ی نهایی ضرب دو عدد اصلی به دست آید.

مفهوم «مفرد» و علت نام‌گذاری

در متن ذکر شده که این قاعده برای اعدادی است که «نصف مجموع‌هما مفرد» باشد.

- عدد مفرد: عددی است که تنها یک رقم غیرصفر دارد و مابقی ارقام آن صفر است (مانند ۲، ۲۰، ۲۰۰ یا ۲ میلیون).
- علت قید مفرد: استاد توضیح می‌دهد که این قاعده برای تمامی اعداد (حتی غیرمفرد) صادق است، اما قید «مفرد» به دلیل سهولت در ضرب ذهنی آورده شده است؛ چرا که ضرب اعداد مفرد در خودشان بسیار آسان است.
- علت قید متفاضلین (نام‌سواری): این قاعده مختص اعداد نام‌سواری است، زیرا در اعداد مساوی، تفاضل صفر می‌شود و عملاً نیازی به این محاسبات پیچیده نیست.

مثال عملی: ضرب ۲۴ در ۳۶

برای درک بهتر، مثال ۲۴ × ۳۶ در جلسه بررسی شد:

مجموع دو عدد ۶۰ است و نصف آن می‌شود ۳۰.

۳۰ در خودش ضرب می‌شود: ۹۰۰.

تفاضل ۲۴ و ۳۶ برابر ۱۲ است و نصف آن می‌شود ۶.

۶ در خودش ضرب می‌شود: ۳۶.

۳۶ از ۹۰۰ کم می‌شود: ۸۶۴.

تبیین ریاضی و اثبات قاعده

بخش قابل توجهی از جلسه به اثبات چرایی درستی این قاعده از طریق بسط ریاضی اختصاص یافت. استاد با باز کردن حاصلضرب دو عدد به صورت مجموع دو نصف (مثلاً $a \times b$ به‌صورت $\{ \} \times \{ \}$) و مقایسه‌ی آن با بسط مجذور نصف مجموع، نشان دادند که تفاوت این دو عبارت دقیقاً برابر با مجذور نصف مابه‌التفاوت است. در واقع، با مقایسه عناصر حاصل از بسط هر دو عبارت، مشخص شد که در مجذور نصف مجموع، برخی عناصر بزرگتر و برخی کوچکتر از عناصر ضرب اصلی هستند و با کم کردن مجذور نصف تفاضل، این نابرابری دقیقاً جبران شده و به حاصلضرب اصلی می‌رسیم.

نکات تکمیلی و مباحث نظری

- ساختار اعداد: در لابلای بحث، به این نکته اشاره شد که عدد «یک» خشت اول تمام اعداد است و عدد «دو» با اینکه اولین عدد اول است، نیمی از بینهایت اعداد طبیعی را (به عنوان سازنده‌ی اعداد زوج) پوشش می‌دهد.
- ارتباط با قواعد دیگر: در پایان، این پرسش مطرح شد که آیا این قاعده می‌تواند مصداقی از قواعد کلی قبلی (قاعده دوم و سوم) باشد که در آن‌ها از یک ضریب دلخواه (c) استفاده می‌شد. استاد اشاره کردند که اگر نصف مجموع را همان ضریب c فرض کنیم، ممکن است شباهت‌هایی وجود داشته باشد، هرچند تفاوت‌هایی در ساختار مجموع و نصف مجموع در این دو فرمول دیده می‌شود.

به طور خلاصه، این قاعده می‌گوید برای ضرب دو عدد، کافی است مربع میانگین آن‌ها را حساب کنید و مربع نصف فاصله‌ی آن‌ها را از آن کسر کنید.

> دانلود پیوست : شرح فاضل جواد برخلاصه‌الحساب