۲۲. خلاصه الحساب (۱۳۸۸/۰۸/۱۲)

سال تحصیلی (۱۳۸۹-۱۳۸۸) - سه‌شنبه،۱۲ آبان ۱۳۸۸ عنوان: تحلیل قاعده سوم ضرب

- خـلاصـه اجـمالـی
- خـلاصـه تفصیـلی

خلاصه اجمالی

این جلسه به «قاعده سوم» در ضرب که مربوط به ضرب اعداد یک تا نه (آحاد) در اعداد یازده تا نوزده است، می‌پردازد. استاد جزئیات فرمول این قاعده را توضیح می‌دهند، و آن را با «قاعده دوم» مقایسه می‌کنند، که تفاوت اصلی در عملیات نهایی (کاهش در مقابل افزایش) است. بخش عمده‌ای از گفتوگو شامل بررسی مثال‌ها (مانند ۸ ضرب در ۱۴) و اثبات ریاضی زیربنایی این قاعده است، که شامل بحث درباره چگونگی تحلیل اعداد و استفاده از مفاهیم جبری مانند «عدد ناقص» (منفی) و «عدد زائد» (مثبت) می‌شود.

خـلاصـه تفصی‌لی

قاعده سوم در ضرب، مربوط به ضرب آحاد (اعداد ۱ تا ۹) در اعدادی است که بین یازده تا نوزده قرار دارند (فی ما بین العشره و العشرین). این قاعده از نظر ساختار، بسیار نزدیک به قاعده دوم ضرب است.

فرآیند و مراحل قاعده سوم

این قاعده شبیه به قاعده دوم است و مراحل زیر را دنبال می‌کند:

جمع مضروبین: دو عدد مضروب (مثل ۸ و ۱۴) با یکدیگر جمع می‌شوند (تجمع المضروبین).

بسط زائد بر عشره: مقدار اضافی حاصل جمع نسبت به عدد ده (الزائد علی العشره) محاسبه شده و در ده ضرب می‌شود (تبسط الزائد علی العشره عشرات).

کاهش (تنقص): از حاصل مرحله قبل، مقداری کم می‌شود (ثم تنقص). این کلمه "تنقص"، تفاوت اصلی قاعده سوم با قاعده دوم است که در آن "تزید" به کار می‌رفت.

جزئیات مربوط به مقدار کسر شده

مقدار کسر شده از حاصل جمع، عبارت است از "مضروب ما بین المفرد و العشره فی الآحاد التی مع المرکب".

- مضروب اول: منظور از "ما بین المفرد و العشره"، در واقع فضل العشره علی المفرد است؛ یعنی میزانی که عدد ده از عدد مفرد بیشتر است. برای مثال، در ضرب (۱۴×۸)، عدد مفرد (۸) از ده، دو واحد کمتر است.
- مضروب دوم: منظور از "الآحاد التی مع المرکب"، یکان عدد مرکب است (مثلاً ۴ از عدد ۱۴).

اجرای قاعده بر روی مثال (۱۴×۸)

برای محاسبه (۱۴×۸) طبق این قاعده:

جمع مضروبین: (۱۴×۸=۲۲) .

بسط زائد بر عشره: ۱۲ (مقدار اضافه بر ده) ضرب در ۱۰ می‌شود: (۱۰×۱۲=۱۲۰) .

محاسبه مقدار کسر: فضـل العشره علی المفرد (۱۰-۸=۲) ضرب در یکان مرکب (۴) می‌شود: (۴×۲=۸) .

نتیجه نهایی: ۱۲۰ منهای ۸ می‌شود: (۱۲۰-۸=۱۱۲) .

نکته درباره اصطلاح "ما بین المفرد و العشره"

در مورد عبارت "مضروب ما بین المفرد و العشره" بحثی وجود دارد. اگرچه از لحاظ لغوی "ما بین" ممکن است شامل خودش نباشد (مانند بین ۸ و ۱۰ که فقط ۹ است)، اما مقصود این قاعده، اختلاف آن عدد مفرد با ده است (در مثال بالا، عدد ۲).

روح مطلب و برهان قاعده (مقایسه با قاعده دوم)

تفاوت اصلی قاعده سوم و دوم در مرحله نهایی (کم کردن در مقابل زیاد کردن) ریشه در روح محاسبه دارد:

- قاعده دوم (تزیدی): در آن قاعده، ابتدا مقدار زیادی به عدد داده شده و بعد از کسر مجذور ده (۱۰۰)، چون زیادی کم شده بود، مجبور به اضافه کردن (تزیدی) بودیم تا به مطلوب برسیم.
- قاعده سوم (تنقص): در قاعده سوم، به دلیل اینکه یکی از اعداد (مثلاً ۱۴) بالای ده است، وقتی عمل "ضربدر ده" صورت می‌گیرد، مقدار بسیار زیادی (خیلی زیاد) به حاصل داده شده است. با برداشتن مجذور ده (۱۰۰)، مشاهده می‌شود که باز هم کم برداشته‌ایم و همچنان اضافی وجود دارد؛ لذا لازم است مقدار دیگری را کم کنیم (تنقص) تا به نتیجه مطلوب

برسیم.

توضیحات تکمیلی و روش‌های دیگر

- روش تحلیلی (آسان‌تر): روش دیگری برای محاسبه (۱۴×۸) این است که آن را به (۱۰×۸) به اضافه (۴×۸) تقسیم کنیم. سپس برای سهولت، (۴×۸) را به (۴×۱۰) تبدیل کرده (که می‌شود ۱۲۰=۴۰+۸۰). چون ۲ واحد به ۸ اضافه شده، باید حاصل این اضافه (۸=۴×۲) پس گرفته شود: (۱۱۲=۸-۱۲۰). این راه به عنوان یک راه راحت‌تر از سوی استاد معرفی شده است.
- استفاده از اعداد منفی: می‌توان تفاوت بین "تنقص" و "تزید" را با استفاده از اعداد منفی (یا در اصطلاح خلاصهٔ الحساب، عدد ناقص) یکپارچه کرد. اگر حاصل عملیات به دلیل بزرگتر بودن عدد از ده، منفی شود، عمل جمع (تزید) خودبه‌خود به کسر تبدیل می‌گردد. در این اصطلاح، عدد منفی را "دو ناقص" و عدد مثبت را "دو زائد" می‌نامیدند.
- برهان اصلی (باز کردن مجذور ده): اصلی‌ترین راه برای اثبات قاعدهٔ سوم، باز کردن عبارت مجموع مضروبین در ۱۰ و سپس باز کردن مجذور ده (۱۰^۲) به نحوی است که شامل عناصر ضرب اولیه باشد. با کسر عناصر بازشدهٔ مجذور ده از عناصر بازشدهٔ مجموع مضروبین، مشخص می‌شود که مقدار ۸ (۴×۲) اضافی در محاسبات باقی می‌ماند که باید کم شود، و این کاملاً با قاعدهٔ سوم (تنقص) مطابقت دارد و باطن قاعده را روشن می‌کند. این برهان، مراحل قاعدهٔ سوم را گام به گام و برابر با معادلات ریاضی نشان می‌دهد.

> دانلود پیوست : شرح فاضل جواد برخلاصةالحساب