۱۷. خلاصه الحساب (۱۳۸۸/۰۸/۰۵)

سال تحصیلی (۱۳۸۹-۱۳۸۸) - سه‌شنبه،۰۵ آبان ۱۳۸۸ عنوان: تعریف ضرب و انواع آن

- خـلاصـه اجـمالـی
- خـلاصـه تفصیـلی

خ‌لاص‌ه اج‌مال‌ی

مطالب مطرح شده در این جلسه:
۱. تعریف ضرب ۰۱:۵۲
۲. تنصیف ۳۵:۳۰
۳.اقسام ضرب ۴۰:۳۶

بخش عمده‌ای از جلسه به بررسی تعریف ضرب با استفاده از قاعده "اربعه متناسبه" اختصاص دارد. حضار پیرامون این مسئله منطقی مناقشه می‌کنند که آیا این تعریف ریاضی مستقیماً نتیجه می‌دهد که "واحد در ضرب تأثیری ندارد"، یا اینکه این خنثی بودن یک، باید مفروض گرفته شود. در طول این بحث، ارجاعات مکرری به شرح شیخ حسین یزدی در مورد تعاریف اولیه و متأخر ضرب و همچنین استنتاج ویژگی خنثی بودن عدد یک وجود دارد. در نهایت، موضوع به تقسیم‌بندی اقسام ضرب (ماندن مفرد در مفرد یا مرکب در مرکب) و تبیین عدد "مفرد" (عددی که تنها یک رقم غیر صفر دارد) منتقل می‌شود و در خلال آن به ملاحظات فنی در طراحی جدول‌های ضرب اشاره می‌گردد.

دانلود پیوست : شرح فاضل جواد برخلاصه‌الحساب

خ‌لاص‌ه تفص‌ی‌لی

مطالب مطرح شده در این جلسه:
۱. تعریف ضرب ۰۱:۵۲
۲. تن‌صی‌ف۳۵:۳۰
۳.اقسام ضرب۴۰:۳۶

تعریف ضرب و اشکالات منطقی

- تعاریف سه‌گانه: اشاره شد که مصنف در بخش «الباب الاول» یک تعریف ابتدایی از ضرب ارائه کرده بود که مختص اعداد صحیح بود. اما تعریف دوم که در ابتدای «الفصل الرابع» آمده، تعریفی گسترده‌تر است که عدد کسری را نیز در بر می‌گیرد.
- تعریف مبتنی بر تناسب: تعریف اصلی ضرب که در فصل چهارم آمده، مبتنی بر «اربعة متناسبه» است. بر اساس این تعریف، ضرب عبارت است از: «تحصیل عددی که نسبت یکی از دو مضروب به آن حاصلضرب (جُداء)، برابر با نسبت یکی به مضروب دیگر باشد». به عنوان مثال، در ۵ × ۶، نسبت ۵ به حاصلضرب (C) برابر است با نسبت ۱ به ۶.
- دور منطقی: در شرح شیخ حسین یزدی یکی از اشکالات مطرح شده بر تعریف «الضرب هو تحصیل عددٍ نسبة احد المضروبین الیه...» این بود که دچار دور منطقی است؛ زیرا کلمه «مضروبین» (یکی از اجزای تعریف) خود از ریشه «ضرب» گرفته شده است. خود ایشان این اشکال را جواب داده‌اند. همچنین گفته‌اند که شاید چون قبلاً ضرب به معنای «تکریره مرّات» تعریف شده، می‌توان از کلمه مضروب استفاده کرد، هرچند این پاسخ را با «فتأمل» فرموده است.

بی‌تأثیر بودن واحد در ضرب

- استنتاج از تعریف: یکی از بحث‌های اصلی این است که چگونه از تعریف ضرب مبتنی بر تناسب، نتیجه گرفته می‌شود که واحد (عدد یک) هیچ تأثیری در ضرب ندارد («ان الواحد لا تأثیر له فی الضرب»).
- استدلال با نسبة المثل: اگر در تعریف ضرب، یکی از مضروب‌ها را «یک» فرض کنیم (مثلاً ۱ × ۵)، تعریف ضرب چنین می‌شود: نسبت ۵ به حاصلضرب (C)، برابر است با نسبت ۱ به مضروب دیگر (که آن نیز ۱ است). نسبت ۱ به ۱ نسبة المثل است. بنابراین، طرف دیگر تساوی (نسبت ۵ به C) نیز باید نسبت مثل باشد؛ لذا C حتماً باید ۵ باشد تا نسبت مثل (پنج به پنج) حاصل شود.
- بحث مصداقی ای کلی: در این باره اختلاف نظر وجود دارد که آیا این نتیجه‌گیری («من هاهنا یعلم») صرفاً یک توضیح مفهومی از خنثی بودن واحد است یا یک استنتاج منطقی از خود تعریف کلی ضرب (بدون نیاز به فرض کردن واحد به عنوان مضروب).
    - استاد معتقدند که این نتیجه‌گیری باید از طریق لازمه‌ی ارباعه متناسبه (برابری ضرب طرفین و وسطین) و به صورت مفهومی کلی قابل اثبات باشد.

اقسام ضرب

- تقسیمات اصلی: ضرب به سه قسم تقسیم می‌شود:

۱. مفرد فی مفرد (عدد مفرد در عدد مفرد).

۲. مفرد فی مرکب (عدد مفرد در عدد مرکب).

۳. مرکب فی مرکب (عدد مرکب در عدد مرکب).

- تعریف عدد مفرد: عدد مفرد در اصطلاح خلاصة الحساب عددی است که فقط یک رقم (غیر صفر) در آن به کار رفته باشد و بقیه‌ی ارقام آن صفر باشد (مثل ۱۰، ۹۰، ۵۰۰، ۱۰۰۰، یک میلیون). عددی مانند ۵۵۰ مرکب است زیرا بیش از یک رقم (۵ و ۵) در آن استفاده شده است.
- تقسیمات فرعی مفرد در مفرد: قسم اول (مفرد در مفرد) خود به سه زیرمجموعه تقسیم می‌شود:

۱. آحاد فی آحاد (یکان در یکان): ضرب اعدادی بین ۱ تا ۹.

۲. آحاد فی غیر آحاد (یکان در غیر یکان): مثلاً ۵ × ۵۰۰.

۳. غیر الاحاد فی غیر الاحاد (غیر یکان در غیر یکان): مثلاً ۵۰ × ۵۰۰.

۴. آحاد به معنای عددی است که فقط مرتبه یکان دارد (از ۱ تا ۹).

جدول ضرب و روش محاسبه

- جدول ضرب ساده‌شده: برای محاسبه «آحاد فی آحاد»، شکل خاصی از جدول ضرب به کار گرفته شده است که به منظور جلوگیری از تکرار حاصلضرب‌ها (مثلاً ۵×۶ و ۶×۵)، نیمی از نتایج حذف شده و به جای آن از قطر جدول استفاده شده است.
- روش محاسبه اخیران (غیر آحاد): برای دو قسم اخیر (آحاد در غیر آحاد و غیر آحاد در غیر آحاد) روشی شامل سه مرحله شرح داده شده است:

۱. در ّالی سمیه‌ا من الآحاد: اعداد غیر یکان را به یکان متناظرشان برمی‌گردانند (صفرها را حذف می‌کنند).

۲. اضرب الآحاد فی الآحاد: اعداد یکان (تبدیل شده) را در هم ضرب می‌کنند.

۳. اجمع مراتب المضروبین: مراتب (صفرها) مضروب‌ها را با هم جمع می‌کنند و سپس حاصلضرب را بر اساس آن مرتبه گسترش می‌دهند.

بحث‌های جانبی (صفر و تنصیف)

- ضرورت استفاده از صفر: در بخشی از جلسه در مورد فرآیند محاسباتی تنصیف بحث می‌شود. در این فرآیند، برای اعدادی که واحد یا صفر هستند، باید رقم «پنج» از مرتبه بعدی یا صفر جایگزین شود. این بحث به ضرورت استفاده عملی از صفر در محاسبات اشاره می‌کند، حتی اگر در آن دوره تاریخی صفر به طور رسمی تعریف نشده بود، که نشان‌دهنده تلاش برای پر کردن خلأهای تعریف بوده است.
- یادگیری طرق ساده: همچنین به اهمیت طرق ساده‌ی آموزشی (مانند طریق یسار و یمین) برای کسانی که با حساب آشنا نیستند و این که این روش‌ها می‌توانند مقدمه‌ای برای استاندارد‌سازی محاسبات باشند، اشاره شد.

> **دانلود پیوست : شرح فاضل جواد برخلاصه‌الحساب**