۱۰. خلاصه الحساب (۱۳۸۸/۰۷/۲۵)

سال تحصیلی (۱۳۸۹-۱۳۸۸) - شنبه،۲۵ مهر ۱۳۸۸ عنوان: مبناهای عددی

- خـلاصـه اجـمالـی
- خـلاصه تفصی‌ـلی

خ‌لاص‌ه اج‌مال‌ی

در این جلسه استاد به بررسی مبانی سیستم‌های عددی و منطقی می‌پردازند و عمدتاً بر روی سیستم دودویی (مبنای دو) و کاربرد آن در محاسبات تمرکز دارند.

استاد ابتدا توضیح می‌دهند که چگونه یک واحد ثبت دوحالتی (مانند روشن/خاموش یا صفر/یک) به تنهایی نمی‌تواند اعداد بزرگ را نشان دهد و برای نشان دادن اعداد بزرگتر در مبنای دو، نیاز به کنار هم قرار دادن چندین واحد ثبت (بیت) است. سپس مفهوم بیت (واحد ثبت دودویی) و نحوه ترکیب آن‌ها برای نمایش اعداد مختلف (تا ۱۵ با چهار بیت) و همچنین اصطلاحاتی مانند بایت (هشت بیت) و تفاوت آن با بیت در آدرس‌دهی و اندازه‌گیری سرعت (کیلوبایت در برابر کیلوبیت) را شرح می‌دهند. بخش مهم دیگری از جلسه به معرفی منطق سه‌ارزشی (در کنار منطق بولی دودویی) می‌پردازند که به‌عنوان راه حلی برای فرار از پارادوکس‌های منطقی مانند تناقض مجموعه‌های طبیعی (که شامل خودش نیست) پیشنهاد شده است.

خ‌لاصه تفصی‌لی

مطالب مطرح شده در این جلسه:

۱. مبنای دودویی و اشیاء دو حالتی / ۰۰:۳۵

۲. زمینه ی تاریخی منطق سه ارزشی / ۰۸:۳۰

واحد ثبت و سیستم دودویی (مبنای دو)

واحد پایه ثبت، واحدی است که تنها می‌تواند یک حالت را به‌عنوان یک عدد نشان دهد. این واحد دارای دو حالت است (مانند روشن/خاموش، سفید/سیاه، ای صفر/یک). از آن‌جایی که این واحد تنها دو حالت دارد، نمی‌توان اعداد بزرگ‌تر (مانند سه یا هشت) را به‌تنهایی نشان دهد.

- محدودیت‌های شمارش: اگر بخواهیم با استفاده از این واحدهای دوحالتی، اعدادی مانند ۱۰۰ را نشان دهیم، به تعداد سرسام‌آوری از این واحدها نیاز خواهیم داشت، زیرا نمایش اعداد در مبنای دو به سرعت گسترش می‌یابد. برای مثال، در مبنای دو: عدد ۲ به صورت ۱۰، عدد ۳ به صورت ۱۱، و عدد ۴ به صورت ۱۰۰ نشان داده می‌شود.

برای حل این مشکل، به جای استفاده از یک واحد ثبت، چندین حالت دوحالتی (صفر و یک) در کنار هم در یک قطعه (مانند یک مکعب) قرار داده شدند.

گسترش واحدهای ثبت در مبنای دو

با قرار دادن چندین واحد دوحالتی در کنار هم، توانایی نمایش اعداد افزایش می‌یابد:

- دو واحد ثبت: اگر دو واحد دوحالتی کنار هم قرار گیرند، می‌توانند چهار عدد (از ۰ تا ۳) را نمایش دهند (دو تا برای روشن، دو تا برای خاموش، چپ روشن/راست خاموش، چپ خاموش/راست روشن). در این حالت، عدد ۳ به صورت ۱۱ نشان داده می‌شود.
- سه واحد ثبت: با افزودن یک واحد دیگر (جمعاً سه واحد ثبت) می‌توان ۸ حالت (از ۰ تا ۷) را نمایش داد. اگر هر سه واحد روشن باشد، عدد هفت نمایش داده می‌شود. برای نمایش عدد ۸، به واحد ثبت چهارم نیاز است، زیرا ۸ در مبنای دو به صورت ۱۰۰۰ (چهار رقم) است.
- چهار واحد ثبت: با قرار دادن چهار واحد کنار هم، می‌توان ۱۶ عدد (از ۰ تا ۱۵) را نمایش داد، که یکی از آن‌ها صفر است. خود عدد ۱۶ را نمی‌توان نمایش داد، زیرا به پنج رقم در مبنای دو نیاز دارد. اگر هر چهار واحد روشن باشند، عدد ۱۵ نمایش داده می‌شود.

منطق بولی، پارادوکس مجموعه‌ها، و سیستم سه‌تایی (مبنای سه)

پایه سیستم‌های امروزی بر منطق صفر و یک یا منطق دوارزشی استوار است که بسیار معروف است. این منطق (منطق بولی) بر اساس این ایده است که هر چیز یا صحیح است یا غلط (ترو یا فالس) و از این دو حالت خارج نیست (منطق ارسطو و منطق ریاضی).

- تناقض در نظریه مجموعه‌ها: در اوایل قرن بیستم، اشکالاتی، به‌ویژه تناقض در نظریه مجموعه‌ها (پارادوکس مجموعه‌های طبیعی)، پدیدار شد.
- مجموعه طبیعی و غیرطبیعی: مجموعه‌ها به دو دسته تقسیم شدند: مجموعه‌های طبیعی (که عضو خودشان نیستند، مانند مجموعه دانش‌آموزان یک کلاس) و مجموعه‌های غیرطبیعی (که عضو خودشان هستند، مانند مجموعه مفاهیم کلی).
- پارادوکس راسل: تناقض زمانی ایجاد شد که مجموعه همه مجموعه‌های طبیعی در نظر گرفته شد. اگر این مجموعه شامل خودش باشد (غیرطبیعی باشد)، چون باید عضو خودش نباشد، تناقض پیش می‌آید. و اگر شامل خودش نباشد (طبیعی باشد)، چون مجموعه همه مجموعه‌های طبیعی است، باید شامل خودش باشد، باز هم تناقض است. این تناقض به این معنی است که از فرض وجودش، عدمش لازم می‌آید.
- منطق سه‌ارزشی: برای فرار از این تناقضات، برخی پیشنهاد دادند که چرا همه چیز را دوارزشی مطرح می‌کنیم؟ در اوایل قرن بیستم، منطق سه‌ارزشی مطرح شد که علاوه بر درست و غلط (صحیح و کاذب)، حالت سومی را نیز قائل است: نه درست و نه غلط.
- سیستم مبنای سه: کامپیوترهایی وجود دارند که بر مبنای سه کار می‌کنند. در این سیستم، واحد ثبت "تیت" نامیده می‌شود و سه حالت (مثلاً ۰، ۱، ۲) دارد. عدد ۳ در این سیستم به صورت ۱۰ نمایش داده می‌شود. اگر سه تیت کنار هم قرار گیرند، می‌توانند ۳^۳=۲۷ حالت را نشان دهند.

مبنای ۱۶ (هگزادسیمال) و مبنای ۸ (اکتال)

از چهار واحد دوحالتی (بیت) در کنار هم، که ۱۶ حالت را نشان می‌دهد، برای ایجاد مبنای ۱۶ استفاده شد.

- مزیت مبنای ۱۶: مبنای ۱۶ برای سیستم‌ها بسیار کارآمد است زیرا می‌تواند ۱۶ حالت را نشان دهد، در حالی که ما در مبنای ۱۰ تنها ۱۰ نماد داریم. استفاده از مبنای ۱۶ باعث می‌شود که با ارقام کمتر، اعداد بزرگتری نمایش داده شوند. به عنوان مثال، ۲۵۶ عدد ما با تنها دو رقم در مبنای ۱۶ نمایش داده می‌شود، در حالی که در مبنای ۱۰ به سه رقم نیاز دارد. این امر موجب کاهش فضای مورد نیاز می‌شود.
- مبنای ۸ (اکتال): برخی از سیستم‌ها (مانند ماشین‌حساب‌های مفصل) از مبنای ۸ استفاده می‌کنند که بر اساس سه بیت بنا شده است. مبنای هشت تا عدد ۷ کار می‌کند.

بیت و بایت و آدرس‌دهی

- بیت (Bit): واحد دو دویی (Binary Digit) است.
- بایت (Byte): در اصل، بایت به معنی قطعه‌ای از بیت‌ها (Bits Term) بود. اما اکنون به طور رایج، بایت معادل ۸ بیت است.
- توانایی بایت: هشت بیت می‌تواند ۲۵۶=۸^۲ حالت/عدد (از جمله صفر) را نمایش دهد.
- فراتر از اعداد: استفاده از هشت بیت امکان نشان دادن حروف (مانند A، B، الف، جیم) و سایر مواردِ فراتر از اعداد محض را فراهم کرد و کامپیوتر را از ماشین حساب صرف متمایز ساخت.
- اصطلاحات رایج: در نوشتار، بیت معمولاً با حرف b کوچک و بایت (معادل هشت بیت) با حرف B بزرگ نشان داده می‌شود (مثلاً کیلوبیت در مقابل کیلوبایت).
- سلول و آدرس‌دهی: در حافظه، هر مه‌ره که هشت بیت دارد، سلول نامیده می‌شود. این سلول‌ها شماره‌گذاری (پالک) دارند و دارای آدرس فیزیکی هستند.
- قدرت آدرس‌دهی: مفاهیمی مانند سیستم ۳۲ بیتی یا ۶۴ بیتی به قدرت یک دستگاه در آدرس‌دهی بایت‌ها با استفاده از تعداد معینی از بیت‌ها اشاره دارد. به عنوان مثال، در آدرس‌دهی‌های اولیه از ۲۰ بیت برای آدرس‌دهی استفاده می‌شد که معادل یک مگابایت حافظه را فراهم می‌کرد.
- تفاوت کیلو و مگا: در محاسبات، "کیلو" به معنای ۱۰۰۰ نیست، بلکه به معنای ۱۰۲۴ (۲ به توان ۱۰) است. این تفاوت باعث می‌شود که یک مگابایت با هزار کیلوبایت تفاوت داشته باشد.

> **دانلود پیوست : شرح فاضل جواد برخلاصه‌الحساب**