۱۲. خلاصهٔ الحساب (۱۳۸۸/۰۷/۲۷)

سال تحصیلی (۱۳۸۹-۱۳۸۸) - دوشنبه،۲۷ مهر ۱۳۸۸ عنوان: اعمال اصلی در حساب

- خـلاصـه اجـمالـی
- خـلاصـه تفصی‌لی

خ‌لاص‌ه اج‌مال‌ی

استاد به تفصیل درباره‌ی چهار عمل اصلی (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم) صحبت می‌کنند و این فرضیه را مطرح می‌کنند که در حساب، همه‌ی اعمال ممکن است به عمل جمع برگردند و تفریق و تقسیم را بازگشت جمع و ضرب می‌دانند. همچنین تمایزی میان عمل یکتایی (مانند جذر) و عمل دوتایی (مانند جمع) مطرح می‌شود. بخشی از جلسه به تمایز میان ضرب حسابی (که به شمارش بازمی‌گردد) و ضرب هندسی (تسطیح) اختصاص دارد که دومی جوهری متفاوت دارد زیرا طول‌ها را گرفته و سطح تولید می‌کند و قابل تحویل به جمع نیست.

خ‌لاص‌ه تف‌ص‌ی‌لی

۱. تعریف عمل در ریاضی / ۰۳:۰۰

۲. ارجاع عمل ها / ۲۴:۵۵

۳. ضرب هندسی / ۴۴:۰۰

۴. تحجیم ای همان تکعیب / ۴۸:۰۰

۵. خط پیوسته ی ارسطویی / ۵۰:۳۰

تعریف و انواع عمل

عمل به هر کاری اطلاق می‌شود که انجام گیرد و موجب تغییری در چیزی شود. عمل اساساً شامل گرفتن ورودی و ارائه یک خروجی است. واژه‌های مختلفی برای اشاره به عمل رایج است، از جمله اپریشن (Operation)، فانکشن (Function)، ای تابع.

اجزای عمل شامل موارد زیر هستند:

- عملگر (Operator): نمادی که اصل عمل را تعریف می‌کند (مانند علامت جمع '+').
- عملوند (Operand / آرگومان): چیزی که عمل بر روی آن انجام می‌شود و به عنوان ورودی (آرگومان) به عمل داده می‌شود. این آرگومان می‌تواند یک مفهوم منطقی ای معنوی باشد و منحصر به عدد نیست.
- بازگشت تابع (خروجی): نتیجه‌ای که از انجام عمل به دست می‌آید. در حال حاضر، اصطلاح تابع غالباً به کل دستگاه عمل اطلاق می‌شود.

اعمال به طور کلی به دو دسته تقسیم می‌شوند:

عمل دوتایی: عملی که دو ورودی (عدد) را می‌گیرد و یک خروجی می‌دهد؛ مانند جمع، تفریق و ضرب.

عمل یکتایی: عملی که یک ورودی را می‌گیرد و یک خروجی می‌دهد؛ مانند جذر (رادیکال). یافتن عملی که به معنای دقیق کلمه یکتایی باشد، دشوار است. عمل تبدیل مبنا، به شرطی

که مبنای مبدأ و مقصد به عنوان حیثیات عمل و نه عملوند در نظر گرفته شوند، می‌توان به عنوان یک عمل یکتایی تلقی شود.

تنوع اعمال ریاضی و مفهوم تجرید

استاد بیان می‌کنند که ممکن است بیش از ۲۰ مورد عمل در ریاضیات وجود داشته باشد. برخی از این اعمال که در ریاضیات گسترش پیدا کرده‌اند عبارتند از: عمل جدگیری، قدر مطلق‌گیری، جدول‌بندی، گرفتن ب.م.م. (بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک)، گرفتن ک.م.م. (کوچکترین مضرب مشترک)، فاکتورگیری، لگاریتم‌گیری و ...

در طول تاریخ، به خصوص پس از قرن بیستم که «قرن تجرید» نامیده شده است، علم ریاضیات از محدوده‌ی صرفاً عددی بودن خارج شده است. اکنون تنها شاخه‌ی کوچکی از ریاضیات به عدد می‌پردازد (مانند نظریه اعداد)، و در شاخه‌های دیگر، متغیرها می‌توانند اصلاً عدد نباشند و چیزهایی مانند مجموعه‌ها یا گفتگوها باشند.

تحلیل چهار عمل اصلی و ارجاع آن‌ها به جمع

در بخش حساب الصحاح (محاسبه‌ی اعداد صحیح)، چهار عمل اصلی مورد بررسی قرار می‌گیرند. این نظریه مطرح شده است که چهار عمل اصلی در حقیقت چهار عمل مجزا نیستند، بلکه تنها یک عمل اصلی وجود دارد و آن جمع است.

جمع: بنیادی‌ترین عمل است. عددها (غیر از عدد یک) از طریق عمل جمع (ضم کردن یک‌ها به یکدیگر) پدید می‌آیند.

تفریق: چیزی جز بازگشت عمل جمع نیست. به عبارتی، تفریق همان برگرداندن اضافه کردن است.

ضرب حسابی: در فضای شمارش و اعداد طبیعی، ضرب عبارت است از یک نوع شمردن بالاتر یا «گروه‌ی شمردن». در ضرب حسابی، یکی از اجزاء (عدد اول) عدد است و دیگری (عدد دوم) معدود. اگرچه نتیجه‌ی ضرب اعداد خاصیت جابجایی دارد، اما در روح طبیعت شمارش، جابجایی بین عدد و معدود (مانند «دو تا گردو» و «گردو تا دو») معنا ندارد.

تقسیم: بازگشت عمل ضرب است.

بر اساس این تحلیل، چون تفریق بازگشت جمع و تقسیم بازگشت ضرب است، و ضرب نیز خود نوعی شمردن و جمع بالاتر است، لذا تمام این چهار عمل می‌توانند به عمل جمع برگردند.

- نکته‌ای درباره صفر و یک: در حساب قدیم، با این‌که صفر از طریق تفریق (مانند یک منهای یک) حاصل می‌شد، اما به عنوان یک عدد تلقی نمی‌شد و صرفاً یک رقم بود. عدد یک، یا مستقلاً عدد است یا با اضافه شدن، عدد پدید می‌آورد.

مفهوم و تاریخچه حساب‌ان

حساب‌ان علمی است که اساساً مطالعه‌ی تغییرات را بر عهده دارد، نه فقط مطالعه اعداد.

- ریشه تاریخی: حساب‌ان حدود ۳۰۰ سال پیش توسط نیوتن (در مکانیک و محاسبه سرعت لحظه‌ای) و لایب‌نیتس (در محاسبه نقطه تماس خط بر دایره) کشف شد. این علم در ابتدا «حساب بی‌نهایت کوچک‌ها» نامیده می‌شد.
- واژه‌شناسی: واژه‌ی لاتین آن، کلکولاس (Calculus)، جمع "کلکول" یا "کلکولی" به معنی سنگریزه است و به معنی «حساب‌ها» به کار می‌رفت. در فارسی، آن را حساب‌ان (به معنی دو حساب) می‌نامند که تئوری‌های است شامل حساب جامعه (انتگرال) و فاضله (مشتق).
- ارکان اصلی: حساب‌ان بر چهار عنصر اصلی استوار است: حد، تابع، مشتق و انتگرال. حد بود که باعث شد حساب بی‌نهایت کوچک‌ها بر کرسی علمی بنشینند.
- مشتق و انتگرال:
  - انتگرال (Integration / جامعه / تکامل): به معنای جمع شدن است. این عمل، ریزریزه‌ها را روی هم می‌گذارد.
  - مشتق (Differentiation / تفاضل): عملی است که برای رسیدن به آن ریزریزه‌ها، چیزها را به ریزترین حالت ممکن تفکیک می‌کند. مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری خود به عنوان یک عمل مطرح می‌شوند (مانند عمل مشتق‌گیری).

ضرب هندسی و تفاوت جوهری با ضرب حسابی

ضرب هندسی جوهراً با ضرب حسابی متفاوت است و محال است که بتوان آن را به عمل جمع برگرداند.

- تمرکز بر مقدار: هندسه با کم متصل قار (مقدار پیوسته) سر و کار دارد، نه با عدد. جمع هندسی (افزودن طول به طول)، تغییری در جوهر ایجاد نمی‌کند و همان جمع حسابی است.
- تغییر جوهر و بُعد: ضرب هندسی زمانی رخ می‌دهد که عمل‌وندها هم‌جنس نباشند. مثلاً ضرب یک طول در یک عرض، به جای این‌که یک طول بزرگ‌تر بدهد، سطح تولید می‌کند. این کار (تسطیح) یک عمل واقعی است که در حساب نمی‌توانند رخ دهد، زیرا جوهر عمل تغییر می‌کند.
- حجم: عمل‌یات تحجیم نیز یک عمل هندسی است که دو چیز غیر عددی می‌گیرد (مثلاً سطح در خط (عمق)) و خروجی غیر عددی (حجم) می‌دهد.
- اصطلاحات هندسی: در هندسه، ضرب یک عدد در خودش (مثل ۴×۴) را تربیع می‌نامند و خروجی آن را مربع، که این اصطلاحات از هندسه قرض گرفته شده‌اند (در حساب به آن توان

می‌گویند).

> **?????? ????? : ??? ???? ???? ?????????????**