۱۵. خلاصه الحساب (۱۳۸۸/۰۸/۰۳)

سال تحصیلی (۱۳۸۹-۱۳۸۸) - یکشنبه،۰۳ آبان ۱۳۸۸ عنوان: تنصیف اعداد

- خـلاصـه اجـمالـی
- خلاصه تفصیلی

خ‌لاص‌ه اج‌مال‌ی

۱. ضریب و مضرب و مضروب / ۰۵:۲۸

۲. متن فصل دوم؛تنصیف / ۱۰:۳۰

۳. قرارداد و تفاوت عدد و رقم / ۴۱:۵۰

۴. میزان های متفاوت / ۴۸:۵۰

بخش ابتدایی جلسه به تفکیک اصطلاحات حساب از جمله تفاوت میان ضریب، مضروب و مضرَب اختصاص دارد و همچنین به کاربردهای مدرنتر مانند «ضریب اطمینان» اشاره می‌شود. در ادامه، استاد روش‌های عملی محاسبه را شرح می‌دهند؛ از جمله، مراحل اجرای عملیات تنصیف اعداد بزرگ بر اساس قواعدی که در کتاب «خلاصة الحساب» آمده است. این توضیحات شامل نحوه مدیریت ارقام فرد و استفاده از نمادهای ستونی قدیمی برای نمایش کسرهایی مانند یکدوم نیز می‌شود. در نهایت، بحث به مکانیسم میزان (اندازه‌گیری صحت باقی‌مانده) می‌رسد که به عنوان روشی سریع برای آزمودن صحت محاسبات پیچیده ارائه شده و به مقایسه‌های کوتاه با میان لگاریتم و نقش قراردادها در علوم ریاضی محض منتهی می‌گردد.

> **دانلود پیوست : شرح فاضل جواد برخلاصةالحساب**

خلاصه تفصیلی

تعاریف و اصطلاحات ریاضی (ضریب، مَضرَب، مَضروب)

در مباحث ریاضی و حساب، اصطلاحات «ضریب»، «مَضرَب» و «مَضروب» به کار می‌روند. «مَضرَب» به معنای حاصلضرب است، در حالی که «مَضروب» خود عددی است که مورد ضرب قرار گرفته است.

ضریب و مضروب: اگر یک عبارت جبری مانند a*x=b در نظر گرفته شود:

- x مَضروب است.
- a ضریب x است.
- b مَضرَب x است که حاصل ضرب ضریب در مضروب می‌باشد.
- به عنوان مثال، در عبارت "پنج سه تا"، عدد سه ضریب پنج است و عدد پانزده مَضرَب آن است.

کاربردهای دیگر ضریب:

- در سیستم‌های آموزشی، دروسی که اهمیت بیشتری دارند، ضریب بالاتری برای محاسبه نمره (میانگین وزنی) به خود می‌گیرند تا حقی ضایع نشود.
- در کارهای مهندسی، «ضریب اطمینان» وجود دارد. این ضریب عددی است که محاسبات مقاومت یا اندازه (مانند قطر تیرآهن) در آن ضرب می‌شود تا اطمینان بیشتری حاصل شود و عدد نهایی کمی بزرگتر (مثلاً ۱۲ به جای ۱۰) به دست آید.

اصطلاحات خارجی و عربی: «حاصل ضرب» در عربی امروزی «جِداء» نامیده می‌شود. همچنین، در عربی امروزی برای تفریق (منها) از کلمه‌ی «طرح» استفاده می‌شود. معادل انگلیسی ضرب، «مالتی‌پلی‌کیشن» (Multiplication) است.

روش تنصیف و نمادهای کسری

روش تنصیف: در مبحث تنصیف، می‌توان عملیات را از سمت چپ عدد (یسار) یا از سمت راست عدد (یمین) آغاز کرد.

- تنصیف اعداد زوج: اگر عدد زوج باشد، نصف آن زیرش نوشته می‌شود.

- تنصیف اعداد فرد: اگر عدد فرد باشد، نصف آن شامل یک بخش صحیح و یک کسر (یکدوم) ای ۰.۵) است. بخش صحیح نصف، زیر عدد فرد قرار می‌گیرد. برای بخش کسری (نیم)، عدد ۵ (معادل ۵ دهم) در نظر گرفته شده و باید حفظ شود.
- اضافه کردن کسر (۵ دهم): این عدد ۵ باید به نصف ِعدد در مرتبه‌ی سابقه اضافه شود. مرتبه‌ی سابقه همان مرتبه‌ی پایین‌تر است (مثلاً ًبرای صدگان، دهگان مرتبه سابقه است).
    - اگر مرتبه‌ی سابقه عددی غیر از ۱ ای ۰ باشد (۲ تا ۹)، ۵ به نصف آن اضافه می‌شود.
    - اگر مرتبه‌ی سابقه ۱ ای ۰ باشد، خود ۵ زیر آن گذاشته می‌شود.

نمادهای کسری در حساب قدیم:

- اگر تنصیف تا آخرین مرتبه (یکان) ادامه یابد و کسری (یکدوم) باقی بماند، از نماد خاصی به نام «صورت النصف» استفاده می‌شود.
- این نماد به صورت عمودی (ستونی) نوشته می‌شد: صفر در بالا، یک در وسط، و دو در پایین.
- این نماد ستونی برای نمایش اعداد مخلوط استفاده می‌شد، به طوری که عدد صحیح در بالاترین قسمت، صورت کسر زیر آن (که خود کسر انمیده می‌شد)، و مخرج کسر در پایین قرار می‌گرفت. در مورد یکدوم، چون عدد صحیح وجود ندارد، صفر در بالا قرار می‌گیرد (۰، ۱، ۲). این روش با نمادنویسی افقی امروزی متفاوت بوده و در کتاب‌هایی مانند خلاصة الحساب به کار می‌رفته است.

امتحان صحت محاسبات با «میزان نُه»

برای امتحان صحت عمل تنصیف، از روش میزان استفاده می‌شود.

روش میزان‌گیری:

میزان نصف: میزان عدد نصف‌شده (حاصل تنصیف) گرفته می‌شود. میزان یعنی باقی‌ماندهی تقسیم عدد بر نه (طرح نه).

تضعیف میزان: این میزان دو برابر (تضعیف) می‌شود.

مقایسه: میزان حاصل از تضعیف (اگر از ۹ بیشتر شد، دوباره میزان مجتمع _جمع ِدوتا میزان‌های نصف_ گرفته می‌شود) باید با میزان عدد اصلی که نصف شده (المنصّف) مقایسه شود.

نتیجه میزان‌گیری:

- اگر میزان‌ها مخالف باشند، عمل قطعاً ًخطا است.

- اگر میزان‌ها موافق باشند، عمل می‌تواند صحیح باشد، اما قطعیت ندارد. میزان نُه معمولاً ۹۰ درصد خطاهای محاسباتی را غربال می‌کند.

دلایل استفاده از میزان (طرح نُه):

- استفاده از میزان در اعداد بزرگ بسیار آسان‌تر از ضربدر دو کردن (تضعیف) کل عدد است، زیرا میزانگیری صرفاً شامل جمع و تفریق ساده (برداشتن نُه تا نُه تا) و تبدیل عدد بزرگ به یک عدد یکرقمی است.
- عدد نُه انتخاب شده است، زیرا آخرین رقم در مبنای ده است و همه اعداد را به یکرقمی تبدیل می‌کند.
- برخلاف میزان ده که فقط خطای رقم یکان را نشان می‌دهد، میزان نُه به گونه‌ای است که اشتباه در هر یک از ارقام باعث تغییر باقیماندهٔ نهایی می‌شود و صحت تمامی ارقام را بررسی می‌کند.
- هرچند می‌توان میزانگیری را با هر عدد دیگری (مانند سه یا پانزده) انجام داد، اما انتخاب اعداد کوچکتر (مانند سه) احتمال خطا را بیشتر می‌کند، زیرا مضرب‌های آن بسیار به هم نزدیک هستند.

ارتباط میزان با لگاریتم:

- روش میزانگیری (تبدیل محاسبات پیچیده به عملیات ساده‌تر) مشابه عملکرد لگاریتم است.
- لگاریتم بر اساس کشف رابطهٔ توازن بین تصاعد حسابی و تصاعد هندسی بنا نهاده شد. این کشف باعث شد که ضرب در تصاعد هندسی به جمع در تصاعد حسابی تبدیل شود و توان در تصاعد هندسی به ضرب در تصاعد حسابی تبدیل گردد، که محاسبات را بسیار ساده می‌کند. هدف میزان نیز همین بوده است: ساده‌سازی اعمال در اعداد بزرگ.

تمایز رقم و عدد، و جایگاه صفر

- در اصطلاحات ریاضی، تفاوت بین «رقم» و «عدد» مطرح است. اطلاق واژهٔ «عدد» به یک مرتبه (یکان یا دهگان) که فقط یک رقم است، نوعی مسامحه تلقی می‌شود، زیرا یک عدد ممکن است از چند رقم تشکیل شده باشد (مثلاً ۵۵ یک عدد است با دو رقم).
- صفر در میان «ارقام تِسعَهٔ المشهورة» که حکیمان هند وضع کردند، نبود.
- صفر به عنوان یک مفهوم هیچ‌ای پوچ در نظر گرفته می‌شد. بسیاری از مفاهیم مدرن ریاضی، از جمله مفهوم صفر و برخی قواعد (مانند هر عدد به توان صفر مساوی یک)، بر اساس قراردادِ محض (وضع) ایجاد شده‌اند تا نظام‌های فکری و سیستم‌های ریاضیاتی (مانند ریاضی محض) را کامل کرده و خانه‌های خالی را پر کنند، حتی اگر از حیث مفهوم تکوینی، معنا نداشته باشند. این قراردادها آثار عملی بسیار مهمی دارند، به طوری که پایهٔ دستگاه‌های محاسباتی مدرن قرار می‌گیرند.