۲۱. خلاصه الحساب (۱۳۸۸/۰۸/۱۱)

سال تحصیلی (۱۳۸۹-۱۳۸۸) - دوشنبه،۱۱ آبان ۱۳۸۸ عنوان: تحلیل قاعده دوم ضرب ۲

- خـلاصـه اجـمالـی
- خـلاصـه تفصیـلی

خـلاصـه اجـمالـی

این جلسه به توضیح و اثبات قواعد حساب و ضرب اعداد می‌پردازد و به طور خاص، قاعده دوم ضرب را تشریح می‌کند. استاد با ارائه مثال‌هایی مانند ضرب هشت در هفت، روشی را توضیح می‌دهند که در آن ضرب با اعمال جمع و تفریق ساده‌تر (مانند جمع اعداد نزدیک به ۱۰ و سپس ضرب در ۱۰) جایگزین می‌شود تا محاسبات آسان‌تر شود. بخش مهمی از این بحث به کشف و کاربرد لگاریتم اختصاص دارد؛ جایی که نشان داده می‌شود چگونه ریاضیدانان، به ویژه در محاسبات نجومی پیچیده، با برگرداندن ضرب‌های بزرگ به جمع، کارایی محاسبات را به شدت افزایش دادند. در نهایت، ساختار اصلی فرمول‌های جبری پشت این قواعد و همچنین مفهوم ثابت‌های ریاضی مانند عدد پی و عدد اویلر بررسی می‌شود.

دانلود پیوست : شرح فاضل جواد برخلاصه‌الحساب

خ‌لاص‌ه تفص‌ی‌لی

قاعده دوم محاسباتی و مکانیسم آن

تعریف و مثال

قاعده دوم عبارت است از: «تجمع المضروبین و تبسط ما فوق العشره عشرات و تزید علی الحاصل مضروب فضل العشرة علی احدهما فی فضلها علی الآخر». برای مثال، در ضرب ۷ در ۸، ابتدا دو عدد با هم جمع می‌شوند که حاصل ۱۵ است. سپس مقداری که از ۱۰ زیادتر است (یعنی ۵)، در ۱۰ ضرب می‌شود و عدد ۵۰ به دست می‌آید. در نهایت، حاصلضرب تفاضل هر یک از اعداد از ۱۰ (که در این مثال ۲ و ۳ هستند)، یعنی ۶=۳×۲، به ۵۰ اضافه می‌شود تا نتیجه نهایی ۵۶ حاصل گردد.

فلسفه و روح قاعده

نکته اساسی در این قاعده آن است که برای تسهیل ضرب، ابتدا مقادیر بسیار زیادی کار اضافی و ضرب‌های بیشتری انجام می‌شود، اما چون این اعمال (مانند جمع و ضرب در ۱۰) راحت‌تر هستند، به سرعت صورت گرفته و سپس مقادیر اضافی پس گرفته می‌شوند. این روش در ریاضیات بسیار کاربردی است، چرا که انجام دو یست عمل راحت سریعتر از انجام دو عمل دشوار (مانند ضرب اعداد چند رقمی) است. این قاعده در واقع یک اتحاد جبری کلی است که راهی برای تبدیل عملیات پیچیده به اعمال ساده‌تر جمع و تفریق ارائه می‌دهد.

تحلیل ساختار جبری

هنگامی که ۷ و ۸ جمع شده و در 10 ضرب می‌شوند، در واقع ضرب‌های بسیار زیادی انجام شده است که شامل ضرب مطلوب (۸×۷) به علاوه مقادیر اضافی است. برای بازگرداندن به حالت مطلوب، نیاز است که مقادیر اضافی پس گرفته شوند. یکی از اعمال راحت برای پس گرفتن، کم کردن مجذور

۱۰ (۲^۱۰) ای ۱۰۰ است.

- وقتی {۱۰×(۸+۷)} انجام می‌شود و سپس ۲^۱۰ از آن کم می‌گردد، اگر این مراحل به صورت ریز باز شوند، مشخص می‌شود که سه عنصر از چهار عنصر تشکیل‌دهنده‌ی ۸×۷ (که در واقع {(۳+۵) × (۲+۵)} است) در دل ۵ ضربدر ۱۰ موجود است.
- در این حالت، پس از کم کردن مجذور ۱۰، هنوز ۳×۲ باقی می‌ماند که باید به ۵۰ اضافه شود تا مساوی مطلوب گردد.

پیدایش لگاریتم

نیاز محاسباتی

در اوایل قرن هفدهم میلادی، با گسترش دریانوردی، نیاز به محاسبات بالا در نجوم افزایش یافت. منجمین برای انجام محاسبات بالا و ضرب‌های بزرگ (مانند پنج ای شش رقمی در پنج ای شش رقمی)، ساعت‌ها وقت صرف می‌کردند و با خطای زیادی مواجه بودند. این دشواری‌ها منجمین را به سمت کشف رابطه بین ضرب و جمع سوق داد.

کشف لگاریتم

کشف لگاریتم به معنای تبدیل ضرب اعداد بزرگ به جمع اعداد کوچکتر است. در محاسبات نجومی، به جای ضرب اعداد هفت رقمی در شش رقمی، لگاریتم‌های آن‌ها جمع می‌شدند. جمع دو لگاریتم مساوی با لگاریتم حاصل ضرب دو عدد است.

ریشه‌شناسی واژه

کلمه "لگاریتم" (Log-arithm) از یونانی گرفته شده است. "آریتمتیک" (Arithmetic) به معنای علم عدد است، زیرا "آریتموس" (Arithmos) در یونان به معنای عدد است. "Log" نیز از "لوگوس" (Logos) به معنای نسبت گرفته شده است. بنابراین، لگاریتم به معنای "عدد نسبت" است، یعنی عددی که رابطه‌ی بین پیشرفت یک سری حسابی و یک سری هندسی را بیان می‌کند.

بنیان‌گذار و انواع لگاریتم

۱. جان نپر: او اولین بار لگاریتم را ابداع کرد و در ابتدا آن را "عدد ساختگی" می‌نامید.

۲. تعریف لگاریتم: اگر ۵ به توان ۲ برسد و ۲۵ حاصل شود، در این صورت لگاریتم ۲۵ به مبنای ۵، عدد ۲ است.

۳. اقسام رایج لگاریتم:

o لگاریتم طبیعی یا نپری (Ln): این نوع در میان ریاضیدانان رایجتر است و مبنای آن عدد "e" است. عدد "e" یک ثابت ریاضی است که مانند عدد پی (Pi یا ثابت ارشمیدس) تنها از راه برهان به دست آمده و نیازی به تجربه فیزیکی ندارد.

o لگاریتم اعشاری (Log): این نوع عمومی و معروف است و مبنای آن ۱۰ است.

o لگاریتم مبنای ۲: در علوم کامپیوتر وقتی عبارت "Log" میآید، معمولاً منظور مبنای ۲ است.

نتیجهگیری: در نهایت، هدف از قواعدی مانند قاعده دوم این است که ضربهای بزرگ را با استفاده از عملیات سادهتری مانند ضرب در ۱۰ و کم کردن مجذور ۱۰، به آسانی انجام دهیم.

> **دانلود پیوست : شرح فاضل جواد برخلاصهالحساب**