۳۸. خلاصه الحساب (۱۳۸۸/۱۰/۱۹)

سال تحصیلی (۱۳۸۹-۱۳۸۸) - شنبه،۱۹ دی ۱۳۸۸ عنوان: محاسبه هندسی مجذورات

- خـلاصـه اجـمالـی
- خـلاصـه تفصی‌لی

خ‌لاص‌ه اج‌مال‌ی

این جلسه به بررسی روش‌های هندسی و ریاضی برای محاسبه جذر اعداد، به‌ویژه از طریق تقسیم‌بندی مربع به اجزای کوچک‌تر و مستطیل‌های حاشیه‌ای می‌پردازد. استاد با تمرکز بر تعداد ارقام و جایگاه اعشار، فرآیند گام‌به‌گام پیدا کردن نزدیک‌ترین مجذور کامل را با استفاده از علامت‌گذاری ارقام تبیین می‌کنند. در ادامه، چالش‌های مربوط به اعداد گنگ و ریشه‌های غیرکامل بررسی شده و تفاوت میان اعداد گویا و گنگ در سیستم‌های عددی مورد بحث قرار می‌گیرد. همچنین، به مبانی فلسفی و هندسی پیوستگی فضا در برابر گسستگی اعداد اشاره شده و آرای فیثاغورسیان و مسئله «جزء لایتجزی» مطرح می‌گردد.

خلاصه تفصیلی

روش عملی و گام‌به‌گام محاسبه جذر

- علامت‌گذاری دو رقم دو رقم: اولین قدم برای محاسبه جذر، جدا کردن ارقام عدد از سمت راست (یکان) به صورت دوتا دوتا است. تعداد این علامت‌ها نشان‌دهنده تعداد ارقام ریشه (جذر) عدد است. برای مثال، اگر عددی ۵ یا ۶ رقمی باشد (مثل ۱۲۸,۱۷۲)، جذر آن حتماً ۳ رقمی خواهد بود.
- پیدا کردن اولین رقم ریشه: ابتدا دورترین دسته ارقام در سمت چپ در نظر گرفته می‌شود. بزرگ‌ترین مربعی که در آن عدد وجود دارد پیدا شده و ریشه آن به عنوان اولین رقم جذر ثبت می‌شود. برای مثال در عدد ۱۲۸,۱۷۲، اولین دسته «۱۲» است که نزدیک‌ترین مجذور به آن «۹» (مربع ۳) است؛ پس اولین رقم جذر ۳ (در جایگاه صدگان یعنی ۳۰۰) خواهد بود.
- ادامه مراحل: پس از یافتن هر رقم، مجذور آن از کل عدد کم می‌شود و باقی‌مانده برای پیدا کردن رقم بعدی (دهگان و سپس یکان) به کار می‌رود.

تفسیر هندسی محاسبه جذر

یکی از مباحث این جلسه، توضیح مدل هندسی پشت محاسبات عددی است:

- مربع و باریکه‌ها: کل عدد به عنوان مساحت یک مربع بزرگ فرض می‌شود. وقتی اولین رقم جذر (مثلاً ۳۰۰) پیدا می‌شود، در واقع مربعی به ضلع ۳۰۰ از داخل آن مربع بزرگ خارج (اسقاط) می‌گردد.
- محاسبه مستطیل‌های کناری: برای یافتن ارقام بعدی، باقی‌مانده مساحت باید به صورت باریکه‌هایی (مستطیل‌هایی) در اطراف مربع قبلی در نظر گرفته شود. فرمول عملیاتی به این صورت است که رقم یافت شده قبلی دو برابر شده و با رقم جدید ترکیب می‌شود تا مساحت مستطیل‌های جدید و مربع کوچک‌ِ‌گوشه به دست آید.
- تکرار فرآیند: این فرآیند لایه‌به‌لایه ادامه می‌یابد تا تمامی ارقام ریشه (صدگان، دهگان و یکان) به دست آیند.

چالش باقی‌مانده و اعداد گنگ

وقتی عدد مورد نظر مجذور کامل نباشد، در انتهای محاسبه یک باقی‌مانده باقی می‌ماند:

- تقریب کسری: یک راه برای بیان جذر دقیق‌تر، استفاده از کسر است.
- جذر اعشاری: راه دیگر، اضافه کردن جفت‌صفرهای اعشاری و ادامه همان روش قبلی است.
- مفهوم عدد گنگ: اگر عدد مجذور کامل نباشد، ریشه آن عدد گنگ خواهد بود؛ یعنی اعشاری که تا بی‌نهایت ادامه دارد و هیچ نظم یا توالب مشخصی ندارد. در واقع، تنها مجذورهای کامل هستند که اعداد گویای تولید می‌کنند.

مباحث فلسفی: هندسه در برابر عدد

بخش پایانی جلسه به یک بحث عمیق در مورد تطبیق ریاضیات و واقعیت می‌پردازد:

- وجود نقطه گنگ: این سوال مطرح می‌شود که اگر جذر عددی گنگ است و نمی‌توان آن را دقیقاً با عدد بیان کرد، آیا چنین طولی در واقعیت (هندسه) وجود دارد؟
- برهان وتر و شکل عروس: با استناد به مثلث قائم‌الزاویه (قضیه فیثاغورس که در جلسه به «شکل عروس» اشاره شده)، ثابت می‌شود که وتر وجود دارد و دیده می‌شود، حتی اگر مقدار عددی آن گنگ باشد.
- گسستگی عدد و پیوستگی هندسه: استاد توضیح می‌دهند که سیستم اعداد (حتی اعداد گویا) یک سیستم منفصل و گسسته است، در حالی که خط در هندسه پیوسته فرض می‌شود. این تفاوت باعث می‌شود که عدد نتواند تمام نقاط یک خط پیوسته را پوشش دهد.
- جزء لایتجزی: در نهایت به نظریه «جزء لایتجزی» (ذیمقراطیس) و نقد فیلسوفانی چون ارسطو و ابن‌سینا اشاره می‌شود که آیا ماده و خط تا بی‌نهایت قابل تقسیم هستند یا به جزئی غیرقابل تقسیم می‌رسند. این بحث برای حل پارادوکس ِنرسیدن عدد به نقطه دقیق ِریشه در اعداد گنگ مطرح شده است.

نکته خارج از جلسه: لازم به ذکر است که اصطلاح «شکل عروس» در ریاضیات قدیم دوره اسلامی، نامی سنتی برای برهان هندسی قضیه فیثاغورس بوده است.

> **دانلود پیوست : شرح فاضل جواد برخلاصه‌الحساب**