۱۸. خلاصه الحساب (۱۳۸۸/۰۸/۰۶)

سال تحصیلی (۱۳۸۹-۱۳۸۸) - چهارشنبه،۰۶ آبان ۱۳۸۸ عنوان: تعریف ضرب و انواع آن ۲

- خـلاصـه اجـمالـی
- خـلاصـه تفصیـلی

خ‌لاص‌ه اج‌مال‌ی

مطالب مطرح شده در این جلسه:

۱. به کار گیری واحد در تعریف ضرب ۰۶:۳۰
۲.تعریف نسبت ۱۴:۵۰
۳.نسبت۲۷:۵۰

موضوع اصلی بحث، تفسیر و تبیین تعریف دوم ضرب است که از طریق مفهوم تناسب و نقش «واحد» (عدد یک) در آن بیان شده است. حضار به طور خاص درباره عبارت «من ها‌ه‌ان یعلم» که نشان‌دهنده استنتاج‌های حاصل از تعریف است و همچنین خنثی بودن عدد یک در ضرب و ارتباط آن با مفهوم تکرار در تعریف ضرب، بحث می‌کنند. بخش پایانی جلسه به بررسی روش‌های قدیمی محاسبه ضرب اعداد چند رقمی (به ویژه ضرب مفرد در مفرد) در متون کلاسیک ریاضی، از جمله قواعد مربوط به جمع مراتب و استفاده از اصطلاح «بسط» برای افزودن صفرها می‌پردازد که احتمالاً ریشه در حساب گفتاری داشته است.

دانلود پیوست : شرح فاضل جواد برخلاصةالحساب

خـلاصـه تفصیـلی

۱-به کار گیری واحد در تعریف ضرب6:30

۲-تعریف نسبت14:50

۳-نسبت27:50

تعریف ضرب و مسئله «من هاهنا یعلم»

بحث اصلی پیرامون اشکالاتی است که به تعریف دوم ضرب وارد شده و تمرکز آن بر عبارت «من هاهنا یعلم» است. تعریف ضرب به این صورت بیان شده است که «تحصیل عددی است که نسبت یکی از مضروبین به آن، مانند نسبت واحد به مضروب دیگر است». به نظر یکی از حضار، این تعریف در واقع همان مفهوم تکرار (تکریر) یک عدد به تعداد دفعات مشخص را نشان میدهد. به این معنا که همانطور که واحد باید به تعداد مضروب دیگر تکرار شود، مضروب اول نیز باید به همان تعداد تکرار شود.

یکی از نکات مورد اختلاف در این تعریف، تعیین معنای عبارت «من هاهنا یعلم» است. این عبارت برای استنتاج خاصیتی به کار میرود، اما سوال این است که آیا این استنتاج از کلیت تعریف به دست میآید یا از تطبیق تعریف بر مصداق خارجی.

نقش عدد واحد به عنوان عضو خنثی

بحث اصلی «من هاهنا یعلم» بر این متمرکز است که چگونه از تعریف ضرب نتیجه میگیریم که عدد یک (واحد) در ضرب خنثی است و تأثیری ندارد (لا تاثیر له فی الضرب). یکی از حضار اینگونه بیان میکنند:

- استدلال از طریق تکرار: اگر بپذیریم که نسبت واحد به احد المضروبین، مفهوم تکرار را میرساند (مثلاً نسبت ۱ به ۶ یعنی یک شش بار تکرار شود)، آنگاه میبینیم که اگر واحد را به تعداد دفعاتی تکرار کنیم (مثلاً شش بار)، نتیجه همان عدد اصلی (شش) خواهد بود و عدد جدیدی (عدد ثالث) پدید نمیآید.
- تفاوت با سایر اعداد: در مقابل، وقتی عددی غیر از یک (مثلاً پنج) را شش بار تکرار میکنیم، یک عدد ثالث (۳۰) به دست میآید، بنابراین پنج خنثی نیست. از این مشاهده (که ضرب یک در هر عددی، خود آن عدد میشود) است که نتیجه گرفته میشود: «یک در ضرب خنثی است».

بدیهی یا استنتاجی: این نکته میان حضار مورد بحث است که آیا «یک ضرب در شش میشود شش» تعریف بدیهی است و «من ااهنا» فقط تذکر میدهد، یا واقعاً از ترتیب مقدمات تعریف، نتیجه خنثی بودن واحد به دست میآید.

نسبت، تناسب و تاریخ ریاضیات

بخش دیگری از بحث به مفهوم نسبت میپردازد. یکی از حضار بیان میکنند که نسبت باید به معنای «تکرار» یا «شمردن» تفسیر شود، نه به معنای رایج امروزی آن که همان تقسیم (صورت تقسیم بر مخرج) است.

- تحول تاریخی: تاریخچه مسئله نسبت نشان میدهد که تعریف آن در طول زمان تغییر کرده است. در ابتدا (مثل زمان فیثاغورس)، نسبت به معنای تقسیم بود. اما با کشف اعداد گنگ (مثل رادیکال دو)، این تعریف دچار بحران شد. اُئودکسوس، شاگرد افلاطون، تعریف تناسب را به گونههای دیگر تغییر داد. امروزه، با استفاده از مفهوم حد در ریاضیات، دوباره به تعریف فیثاغورسی (نسبت یعنی تقسیم) بازگشتهاند.
- علت انتخاب تعریف موجود: به نظر یکی از حضار یکی از دلایلی که تعریف ضرب با استفاده از نسبت (در مفهوم تکرار) بیان شده، این است که نظم منطقی کتاب حفظ شود؛ یعنی از عنصری (تناسب) استفاده نشود که هنوز تعریف نشده است.

روش محاسبه ضرب اعداد بزرگتر (مفرد در مفرد)

استاد در ادامه به تشریح روش محاسبه ضرب اعداد بزرگ که هر دو عامل آنها «مفرد در مفرد» هستند (مانند ۳۰ در ۵ یا ۳۰۰۰ در ۲۰) پرداختهاند. این روش برای زمانی است که «حساب گفتاری» رایج بوده و از نمادهای صفر به طور گستردهٔ استفاده نمیشده است.

مراحل محاسبه ضرب (برای مثال ۳۰ × ۵)

تبدیل غیر آحاد به آحاد: ارقام غیر آحاد را به آحاد تبدیل کرده (صفرها را حذف می‌کنیم). مثلاً ۳۰ را سه در نظر می‌گیریم.

۲. ضرب آحاد در آحاد: آحاد را در هم ضرب می‌کنیم (۳×۵=۱۵). حاصل را حفظ می‌کنیم.

۳. جمع مراتب: مراتب (خانه‌های دهده‌ی) دو مضروب را با هم جمع می‌کنیم. (۳۰ دارای ۲ مرتبه (آحاد و عشرات) و ۵ دارای ۱ مرتبه (آحاد) است. مجموع می‌شود ۳ مرتبه).

۴. تعیین مرتبه بسط: مرتبه نهایی را یک واحد کمتر در نظر می‌گیریم. (مرتبه سوم (مئات) را یکی کم می‌کنیم که می‌شود عشرات (دهگان)).

۵. بسط حاصل: حاصل ضرب (۱۵) را به مرتبه تعیین شده بسط می‌دهیم. منظور از «بسط» در اینجا، ضرب کردن حاصل در آن مرتبه است (مثلاً ضربدر ۱۰ کردن). برای مثال ۳۰ در ۵: حاصل ۱۵ است و مرتبه بسط، عشرات (۱۰) است، پس ۱۵ را ضربدر ۱۰ می‌کنیم و حاصل ۱۵۰ می‌شود.

۶. مثال با صفر بیشتر: اگر ۳۰۰ در ۵ باشد، مجموع مراتب می‌شود ۵ (مرتبه ۱۰ هزار). یکی کم می‌کنیم (مرتبه ۱۰۰۰). حاصل ۱۵ را به ۱۰۰۰ بسط می‌دهیم (یعنی ۱۵ را ضربدر ۱۰۰۰ می‌کنیم) که می‌شود ۱۵,۰۰۰.

این روش در واقع همان نتیجه روش ساده امروزی (ضرب ارقام و افزودن صفرها) را می‌دهد، اما در آن زمان، این روند گام به گام برای توجیه محاسباتی و متناسب با حساب گفتاری ضروری بود.

> **دانلود پیوست : شرح فاضل جواد برخلاصه‌الحساب**