۳۰. خلاصه الحساب (۱۳۸۸/۰۹/۰۲)

سال تحصیلی (۱۳۸۸-۱۳۸۹) - دوشنبه،۰۲ آذر ۱۳۸۸ عنوان: تصاعد هندسی و حسابی، سیگما

- خـلاصـه اجـمالـی
- خـلاصـه تفصیـلی

خلاصه اجمالی

استاد با تمرکز بر عبارت «و صاعداً»، تفاوت‌های میان تصاعد حسابی و هندسی را از منظر منطقی و ریشه‌شناسی واژگان تحلیل می‌کنند. در این میان، پیوندهای عمیق میان هندسه و عمل ضرب و همچنین حساب و عمل جمع مورد مداقه قرار گرفته است. بخشی از جلسه به تبیین نمادهای ریاضی مدرن مانند سیگما و پی اختصاص یافته و کاربرد آن‌ها را در نمایش حاصل‌جمع و حاصل‌ضرب زنجیره‌ای اعداد توضیح می‌دهد.

خلاصه تفصیلی

بررسی قواعد ۱۱ و ۱۲ در تسهیل ضرب

استاد در بخش نخست جلسه به بررسی قاعده دوازدهم می‌پردازند که بیان می‌دارد ضرب را می‌توان با تضعیف (دو برابر کردن) یکی از دو عدد مضروب برای یک یا چند بار (و صاعداً) ساده کرد. این عبارت «و صاعداً» به معنای تکرار این عمل است که در واقع نوعی تصاعد هندسی را ایجاد می‌کند.

- تسهیل عملیات: هدف از این قواعد، رساندن به اعداد رُند (مانند ده یا صد) است تا محاسبه ذهنی آسان شود؛ برای مثال، در ضرب ۲۵ در ۱۶، می‌توان ۲۵ را دو بار تضعیف کرد تا به ۱۰۰ برسد و در مقابل، ۱۶ را دو بار نصف کرد.
- رابطه میان قواعد: بحث می‌شود که آیا قاعده ۱۲ (فقط تضعیف) زیرمجموعه قاعده ۱۱ (نسبت‌سنجی عام) است یا هر دو از یک مبدأ ثالث مشتق شده‌اند. قاعده ۱۱ عام‌تر است و شامل هر نوع ضریبی (مانند ضرب در ۳ یا ۵) می‌شود، در حالی که قاعده ۱۲ بر تضعیف تمرکز دارد که روشی ساده‌تر و مستقیم‌تر است.

مفهوم تصاعد حسابی و هندسی

در این جلسه تمایز دقیق میان تصاعد حسابی و هندسی از منظر فلسفی و ریاضی ارائه شده است:

- تصاعد حسابی: مجموعه‌ای از اعداد که در آن هر عدد با اضافه شدن یک مقدار ثابت (قدر نسبت) به عدد قبلی به دست می‌آید. قوام حساب بر عمل جمع است. در این تصاعد، قدر

نسبت معمولاً با حرف d (مخفف Difference) نشان داده می‌شود.
- تصاعد هندسی: مجموعه‌ای که در آن اعداد با ضرب در یک مقدار ثابت پیش می‌روند. قوام هندسه بر عمل ضرب است، زیرا در هندسه ضرب ِدو طول منجر به تولید ماهیتی جدید (سطح) می‌شود که با جمع صرف متفاوت است. در اینجا قدر نسبت با حرف q نشان داده می‌شود.

نمادگذاری‌های ریاضی (سیگما و پی)

استاد به تفصیل درباره نمادهای اختصاری برای نمایش مجموع و حاصلضرب بحث می‌کنند:

- سیگما (Sigma): این نماد که از حرف یونانی S (بزرگ Σ، کوچک σ) مخفف Sum، گرفته شده، برای خلاصه‌نویسی حاصلجمع یک سلسله اعداد متوالی به کار می‌رود.
    - اجزای سیگما: عدد بالای سیگما (n) نشان‌دهنده تعداد جملات، و عدد پایین (i) نشان‌دهنده اندیس یا شمارشگر شروع عملیات است.
    - سیگما خود یک فرمول نیست، بلکه یک قرارداد نمادگذاری برای نمایش جمع‌های مرتب یا حتی نامرتب در یک مجموعه است.

- پی (Pi): این نماد (P یونانی، بزرگ Π و کوچک π) بردار سیگما محسوب می‌شود و برای نمایش حاصلضرب متوالی (Product) به کار می‌رود. همانطور که تصاعد حسابی مصداق برای سیگماست، تصاعد هندسی نیز مصداق برای نماد پی به شمار می‌آید.

مفاهیم تکمیلی

- اندیس (**Index**): در فارسی به آن پایین‌نویس نیز گفته می‌شود و وظیفه آن تعیین جایگاه هر عضو در یک مجموعه (مثلاً از عضو پنجم به بعد) است.
- تغییر ماهیت در عمل ریاضی: تعریف «عمل» در برخی کتب ریاضی چنین آمده که با گرفتن دو عضو از یک مجموعه، عضو دیگری از همان مجموعه را نتیجه می‌دهد. ولی با توجه به روح «عمل» _ عمل به چیزی گفته می‌شود که جوهر و ریخت موضوع را عوض کند_، تعریف یاد شده دقیق نیست و ممکن است عمل، عضوی از همان مجموعه را نتیجه ندهد. مانند ضرب هندسی که دو طول را به سطح تبدیل می‌کند، برخلاف جمع که لزوماً چنین تغییری ایجاد نمی‌کند.
- اصطلاح پیشرفت (**Progress**): در زبان‌های دیگر به جای تصاعد (که بار معنایی صعودی دارد)، از واژه پیشرفت استفاده می‌شود، زیرا قدر نسبت می‌تواند منفی باشد و اعداد رو به کاهش بگذارند.

> **دانلود پیوست : شرح فاضل جواد برخلاصه‌الحساب**