۱۱. خلاصه الحساب (۱۳۸۸/۰۷/۲۶)

سال تحصیلی (۱۳۸۹-۱۳۸۸) - یکشنبه،۲۶ مهر ۱۳۸۸ عنوان: مبناهای عددی ۲

- خـلاصـه اجـمالـی
- خـلاصـه تفصی‌لی

خ‌لاص‌ه اج‌مال‌ی

استاد در ابتدا در مورد اعداد دودویی (مبنای دو) و کاربرد آن‌ها در پردازش توسط واحدهای پردازش مرکزی (CPU) بحث می‌کنند، و توضیح می‌دهند که عملیات‌های پیچیده در سطح پایین تنها از طریق جمع این اعداد انجام می‌شود. سپس، گفت‌وگو به موضوع زبان‌های برنامه‌نویسی سطح بالا و سطح پایین کشیده می‌شود؛ زبان سطح پایین شامل زبان ماشین (صفر و یک) و اسمبلی است، در حالی که زبان سطح بالا به منطق و تفکر انسانی نزدیک‌تر است و از اعداد انتزاع می‌یابد. بخش قابل توجهی از جلسه نیز به تبدیل مبناهای عددی (مانند تبدیل از مبنای هشت به مبنای ده و بالعکس) و تفاوت‌های گیج‌کننده بین پیشوندهای SI (مبنای ده) مانند کیلو و گیگا با پیشوندهای باینری (مانند کیبی و گیبی) اختصاص دارد، که منجر به تفاوت در ظرفیت گزارش‌شده‌ی درایوها می‌شود. در پایان، استاد با معرفی کتاب «خلاصهٔ الحساب» نوشته شیخ بهایی، به اعمال اصلی حساب (جمع، تفریق، ضرب، تقسیم) و ماهیت ریاضیات به عنوان مجموعه‌ای از معادلات اشاره می‌کنند.

خ‌لاص‌ه تف‌ص‌ی‌لی

۱. م‌بان‌ی دو / ۰۳:۲۷

۲. تم‌ری‌ن اع‌داد / ۲۲:۵۳

۳. تب‌دی‌ل م‌بن‌ا / ۲۸:۱۴

۴. حس‌اب ص‌حاح / ۴۰:۴۰

اس‌اس پ‌ردازش و اع‌داد در ران‌ای‌ه

الف. نق‌ش جم‌ع و م‌بان‌ی دو: کار اص‌لی واح‌دهای پ‌ردازش م‌رکزی (**CPU**) ب‌ه طور م‌رت‌ب جم‌ع کردن اع‌داد ب‌ه م‌بان‌ی دو اس‌ت. حت‌ی عم‌ل تف‌ری‌ق (م‌ن‌ها) ن‌ی‌ز در ای‌ن پ‌ردازن‌ده‌ها از ط‌ری‌ق جم‌ع و اس‌تف‌اده از م‌کم‌ل انج‌ام م‌ی‌شود. در واق‌ع، در CPUها ن‌ه عم‌ل ض‌رب و ن‌ه عم‌ل تق‌س‌ی‌م وج‌ود دارد، بل‌ک‌ه ه‌م‌ه اع‌م‌ال از ط‌ری‌ق جم‌ع ص‌ورت م‌ی‌گ‌ی‌رد.

ب. م‌ف‌ه‌وم م‌کم‌ل: م‌کم‌ل ی‌ک ع‌دد در م‌بان‌ی دو ب‌رای انج‌ام عم‌ل تف‌ری‌ق اس‌تف‌اده م‌ی‌شود. م‌کم‌ل م‌بان‌ی دو ع‌دد‌ی اس‌ت ک‌ه اگ‌ر ب‌ا ع‌دد اص‌لی جم‌ع شود، ح‌اص‌ل آن تم‌ام‌اً ی‌ک خواه‌د بود.

ج. واح‌دهای داد‌ه و پ‌ردازش: ب‌رای ن‌م‌ای‌ش اع‌داد بزرگ (م‌ان‌ند م‌ی‌لی‌ون‌ه‌ا)، ن‌ی‌از ب‌ه تع‌داد زیاد‌ی رق‌م (ب‌ی‌ت) اس‌ت. واح‌دهای داد‌ه ب‌ه ش‌رح زی‌ر تع‌ری‌ف م‌ی‌شون‌د:

- ب‌ای‌ت: ه‌ش‌ت ب‌ی‌ت.
- ورد: دو ب‌ای‌ت ای ۱۶ ب‌ی‌ت.
- د‌بل ورد: ۳۲ ب‌ی‌ت. پ‌ردازن‌ده‌ها ب‌ا پ‌ی‌ش‌رف‌ت زم‌ان از ۱۶ ب‌ی‌تی و ۲۴ ب‌ی‌تی ب‌ه ۳۲ ب‌ی‌تی و در ن‌ه‌ای‌ت ۶۴ ب‌ی‌تی (ک‌ه اک‌ون‌ رای‌ج اس‌ت) گس‌ترش ای‌ف‌ته‌ان‌د.

سطوح زبان‌های برنامه‌نویسی

زبان‌های برنامه‌نویسی در چند لایه وجود دارند و به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند :

الف. زبان سطح پایین: این زبان‌ها مستقیماً با اعداد سر و کار دارند.

- زبان ماشین: همان زبان صفر و یک (مبنای دو) است که اصل کار در آن انجام می‌شود.
- زبان اسمبلی: تبدیل مبنای دو به مبنای ده ای شانزده است.

ب. زبان سطح بالا: در این سطح، برنامه‌نویسان دیگر به عدد فکر نمی‌کنند، بلکه بر منطق، شناخت و ارتباط مفاهیم تمرکز دارند (مانند جستجو در یک متن ای مرتبط کردن شماره تلفن با یک اسم). این فکرهای سطح بالا سپس به صفر و یک‌هایی که در CPU جمع می‌شوند، تبدیل می‌گردند.

ج. کدگذاری: در سطح پایین، زیر هر عملی که کاربر انجام می‌دهد، یک عدد نهفته است؛ مثلاً زیر دکمه اینتر ای حروف الفبا، عدد وجود دارد. حتی صفحه کلید نیز کدهای مخصوص به خود را دارد (کد پیجها).

آدرس‌دهی و تناقض پیشوندهای باینری و SI

الف. آدرس‌دهی: در گذشته، برای آدرس‌دهی ۱ مگابایت حافظه، از ۲۰ بیت استفاده می‌شد. ۲۰ بیت می‌توانستند یک میلیون عدد را نشان دهند که هر عدد به یک خانه حافظه (سلول) در رم آدرس می‌داد. خود آن سلول حافظه بایت است، نه بیت.

ب. تفاوت مبنای دو و ده در هزار: در مبنای ده، هزار همان ۱۰۰۰ است، اما در مبنای دو، هزار معادل ۱۰۲۴ (۱۰^۲) است. این ۲۴ واحد اضافه باعث ایجاد اشتباهات تجاری زیادی می‌شود.

ج. پیشوندهای SI در مقابل پیشوندهای باینری:

- پیشوندهای SI: این سیستم، قراردادی جهانی برای واحدهاست. در این سیستم، پیشوند کیلو (K) همواره به معنای ۱۰۰۰ است.
- تناقض در اندازه‌گیری حافظه: از آنجایی که بایت در سیستم رایانه‌ای (باینری) استفاده می‌شود، کیلو بایت (KB) در واقع ۱۰۲۴ بایت است، در حالی که پیشوند کیلو (K) باید به معنای ۱۰۰۰ باشد. این تفاوت باعث می‌شود که دستگاه‌ها ای شرکت‌ها ظرفیت‌ها را با پیشوند SI (که بزرگتر به نظر می‌رسد) اعلام کنند، اما در واقعی هنگام نمایش جزئیات کمتر باشد (مثل ۲۰ گیگابایت در ظاهر که در مشخصات ۱۹ گیگابایت محاسبه می‌شود).

د. اصطلاحات جدید IEC (از حدود سال ۲۰۰۰): برای حل این سردرگمی، اصطلاحات جدیدی برای بیان دقیق مقادیر باینری معرفی شده‌اند:

- کیلو بایت (KB): هزار بایت (باینری نیست و برای SI است).
- کیبی بایت (KiB): هزار و بیست و چهار بایت (۱۰^۲). این به معنای دقیق باینری است.
- گیگابایت (GB): ده به توان نُه (یک میلیارد).
- گیبی (GiB): هزار و بیست و چهار به توان سه (معادل ۳۰^۲).
- اصطلاحات مشابهی مانند مِبی (MiB) نیز برای مگابایت وجود دارد.

تبدیل مبناهای عددی

الف. ساختار اعداد در مبنای ده: ارزش هر رقم در یک عدد بر اساس جایگاه آن تعیین می‌شود. برای مثال، عدد ۶۲۵ یعنی: ۶ ضربدر ۱۰۰، به اضافه ۲ ضربدر ۱۰، به اضافه ۵ ضربدر ۱. طبق قرارداد، هر عددی به توان صفر مساوی با یک است.

ب. قانون پایه در نمادها: در هر مبنای عددی، نمادهای ارقام مورد استفاده باید همواره کوچکتر از مبنا باشند؛ مثلاً در مبنای شش، عدد شش ای بیشتر وجود ندارد.

ج. تبدیل از مبنای N به مبنای ده: برای تبدیل یک عدد از مبنای دلخواه (N) به مبنای ده، از همان قانون ارزش جایگاه استفاده می‌شود، با این تفاوت که به جای توان‌های ۱۰، از توان‌های مبنای N استفاده می‌شود:

- هر رقم در عدد را ضرب در مبنا (N) به توان تعداد ارقام جلوی آن می‌کنیم.
- تمام حاصلضرب‌ها با هم جمع می‌شوند تا عدد معادل در مبنای ده به دست آید.

د. تبدیل از مبنای ده به مبنای N: برای برگرداندن یک عدد از مبنای ده به مبنای دلخواه (N)، باید عدد اصلی را به صورت متوالی بر N تقسیم کرد. باقیمانده‌های حاصل از این تقسیم‌های متوالی، ارقام جدید در مبنای N را تشکیل می‌دهند.

- مثال: ۲۵ در مبنای ده، معادل ۳۱ در مبنای هشت است (۲۵ تقسیم بر ۸ می‌شود ۳ با باقیمانده ۱).

ه. تبدیل بین دو مبنای غیر ده: به طور کلی، برای تبدیل از یک مبنای غیر ده (مثلاً مبنای هشت) به مبنای غیر ده دیگر (مثلاً مبنای شش)، ابتدا باید عدد را به مبنای ده برگرداند و سپس از مبنای ده به مبنای هدف تبدیل کرد.

ساختار کتاب خلاصه‌الحساب و مبانی ریاضی

الف. ساختار کتاب: کتاب خلاصة الحساب شامل یک مقدمه، ده باب و یک خاتمه است.

- خاتمه به مسائل ریاضیات (مسائل حل‌نشده) می‌پردازد.

ب. مسائل کلاسیک ریاضی: در خاتمه کتاب، به سه مسئله مشهور تاریخی در علم حساب اشاره شده است که عبارتند از:

تضعیف مکعب: دو برابر کردن حجم یک مکعب.

تثلیث زاویه: تقسیم یک زاویه به سه قسمت مساوی.

تربیع دایره: تبدیل دایره به یک مربع با مساحت برابر. این مسئله امروزه غیرممکن دانسته می‌شود، زیرا مساحت دایره (که در آن عدد گنگ pi وجود دارد) نمی‌تواند برابر با مساحت یک مربع (که عددی گویاست) باشد.

ج. عمل در مقابل معادله: اعمال اصلی حساب (جمع، تفریق، تضعیف، ضرب، تنصیف، قسمت و تجذیر) به عنوان "عمل" شناخته می‌شوند. اما از نظر استاد علم ریاضیات (شامل حساب، هندسه و جبر) اساساً برمعادله استوار است، نه صرفاً بر عمل. در یک معادله (مانند۵=۲+۳)، عمل تنها یک طرف معادله است و علامت تساوی و نتیجه، قوام و اساس آن علم را تشکیل می‌دهد.

> ?????? ????? : ??? ???? ???? ?????????????